Exercice

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=0$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1}=-1{,}5\,u_n+2{,}5$.

a) *Interprétation graphique*

b) Étudier les variations de (u_n) .

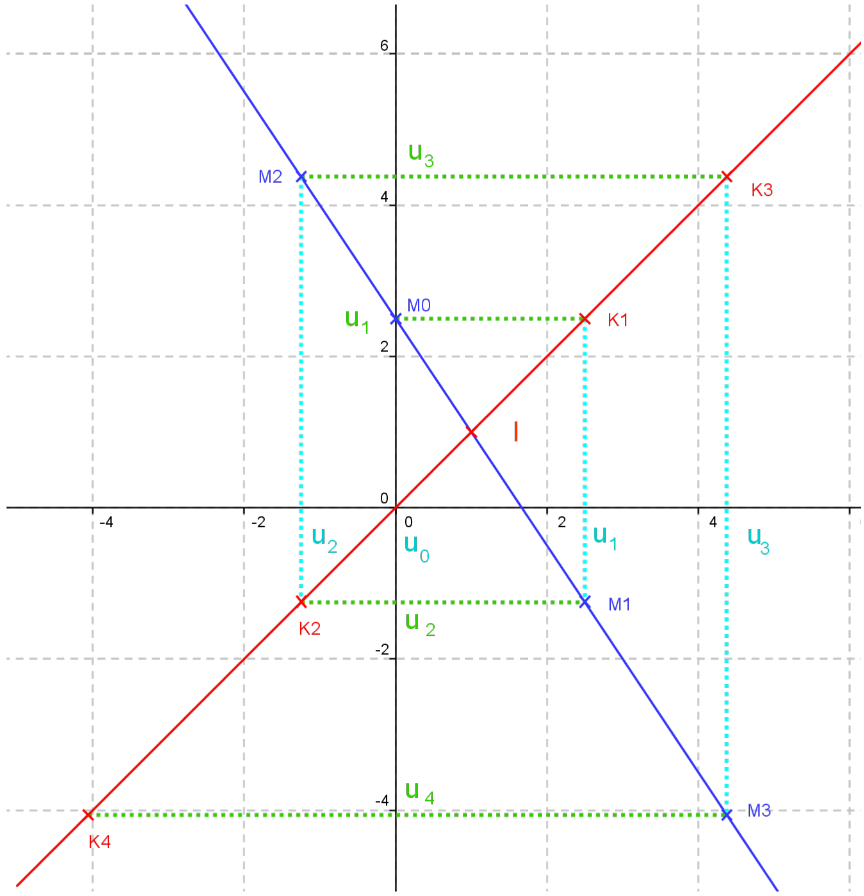
c) Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $v_n=1-u_n$.

Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

d) La suite (u_n) est-elle convergente ?

Correction :

a)



Conjectures : (u_n) **n'est pas monotone** ; (u_n) est **divergente**.

b) $u_0=0$

$u_1=-1{,}5u_0+2{,}5=2{,}5$

$u_2=-1{,}5\times2{,}5+2{,}5=-1{,}25$

$u_0<u_1$ et $u_1>u_2$

Donc la suite (u_n) **n'est pas monotone**.

c) Pour tout entier naturel n , $v_n=1-u_n$

$v_{n+1}=1-u_{n+1}$

$v_{n+1}=1-(-1{,}5u_n+2{,}5)$

$v_{n+1}=-1{,}5+1{,}5u_n$

$v_{n+1}=-1{,}5+1{,}5(1-v_n)$

$v_{n+1}=-1{,}5+1{,}5-1{,}5v_n$

$v_{n+1}=-1{,}5v_n$

$v_0=1-u_0=1-0=1$

Donc, (v_n) est **la suite géométrique** de **raison** $\boxed{q=-1,5}$ et de **premier terme** $\boxed{v_0=1}$.

d) Pour tout entier naturel n , $v_n=1\times(-1,5)^n=(-1,5)^n$, et donc $u_n=1-(-1,5)^n$.

$(-1,5)^n=(-1)^n\times(1,5)^n$

$1,5>1$ donc, $\lim\limits_{n\to+\infty}(1,5)^n=+\infty$

La suite (v_n) **n'admet pas de limite** donc (u_n) **n'admet pas de limite**.