

Exercice

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = (n+1)^2 - n^2$.

1. Calculer u_0 , u_1 et u_2 .
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, préciser la raison.
3. Que vaut u_{89} ? Calculer la somme $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 175 + 177 + 179$.

Correction :

$$1. \quad u_0 = (0+1)^2 - 0^2 = 1$$

$$u_1 = (1+1)^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$$

$$u_2 = (2+1)^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

$$2. \quad u_{n+1} - u_n$$

$$= (n+1+1)^2 - (n+1)^2 - ((n+1)^2 - n^2)$$

$$= (n+2)^2 - (n+1)^2 - (n+1)^2 + n^2$$

$$= n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1 - n^2 - 2n - 1 + n^2$$

$$= 2$$

$$u_{n+1} = u_n + 2$$

On passe de chaque terme au suivant **en ajoutant le même réel**: 2 donc (u_n) est **une suite arithmétique** de **raison** 2.

$$3. \quad u_{89} = u_0 + 89 \times 2$$

$$u_{89} = 1 + 178$$

$$u_{89} = 179$$

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 175 + 177 + 179$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{87} + u_{88} + u_{89}$$

$$S = 90 \times \frac{u_0 + u_{89}}{2}$$

$$S = 90 \times \frac{1 + 179}{2}$$

$$S = 90 \times 90$$

$$S = \mathbf{8100}$$