Exercice

La suite (u_n) est définie par $u_0=2$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1}=3u_n-6$.
On pose $v_n=u_n-3$.
1. Calculer u_1 , u_2 , u_3 puis v_1 , v_2 , v_3 .
2. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
3. Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .

Correction :

1. $\boxed{u_1=3\times 2-6=0}$

$\boxed{u_2=3\times 0-6=-6}$

$\boxed{u_3=3\times(-6)-6=-24}$

$\boxed{v_1=0-3=-3}$

$\boxed{v_2=-6-3=-9}$

$\boxed{v_3=-24-3=-27}$

2. $v_{n+1}=u_{n+1}-3$

$v_{n+1}=3u_n-6-3$

$v_{n+1}=3u_n-9$

$v_{n+1}=3(u_n-3)$

$v_{n+1}=3v_n$

Donc (v_n) est la suite géométrique de raison $\boxed{3}$ et de premier terme $\boxed{v_0=-1}$

3. $v_n=v_0\times 3^n=-1\times 3^n=-3^n$

Or, $u_n=v_n+3$

$\boxed{u_n=-3^n+3}$