## Exercice

Soit la suite $(u_n)$ définie par $u_0=1$ et, pour tout $n\geqslant 0$ , $u_{n+1}=\sqrt{4u_n+5}$ .
Démontrer par récurrence que cette suite est croissante.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

**Correction :**

- ✔ Au rang n=1

  $u_0=0$

  $u_1=\sqrt{4u_0+5}=\sqrt{5}$

  $u_0\leqslant u_1$

  **La propriété est vraie au rang 1**.

- ✔ On suppose que la propriété est vraie au rang n. Montrons qu'elle est vraie au rang n+1

  On suppose que:

  $u_{n+1}\geqslant u_n$

  $4u_{n+1}\geqslant 4u_n$

  $4u_{n+1}+5\geqslant 4u_n+5$

  La fonction $x\longmapsto\sqrt{x}$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$, donc:

  $\sqrt{4u_{n+1}+5}\geqslant\sqrt{4u_n+5}$

  $u_{n+2}\geqslant u_{n+1}$

- ✔ L'hérédité a été prouvée. **D'après le principe de récurrence**:

  La suite $(u_n)$ est **croissante**.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés 