

Exercice

1. Déterminer la ou les valeurs du réel x telle(s) que le nombre

$$A = (5x + 7i) + (3ix + 10) \text{ soit un nombre réel.}$$

2. Déterminer la ou les valeurs du réel x telle(s) que le nombre

$B = (5ix + 7)(3ix + 10)$ soit un nombre imaginaire pur (ce qui signifie que B a une écriture algébrique de la forme $B = ib$, avec b nombre réel).

Correction :

$$1. A = (5x + 7i) + (3ix + 10)$$

$$A = (5x + 10) + i(7 + 3x)$$

$$A \text{ est un nombre réel} \Leftrightarrow 7 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{3}$$

Pour $x = \frac{-7}{3}$ le nombre A est un nombre réel.

$$A = -\frac{35}{3} + 10 = -\frac{5}{3}$$

$$2. B = (5ix + 7)(3ix + 10)$$

$$B = 15i^2x^2 + 50ix + 21ix + 70$$

$$B = 70 - 15x^2 + 71ix$$

$$B \text{ est un nombre imaginaire pur} \Leftrightarrow 70 - 15x^2 = 0 \Leftrightarrow 5(14 - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 = \frac{14}{3}$$

Pour $x = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$ ou $x = -\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$, c'est à dire, pour $x = \frac{\sqrt{42}}{3}$ ou $x = -\frac{\sqrt{42}}{3}$, B est un imaginaire pur.

$$\text{Si } x = \frac{\sqrt{42}}{3} \text{ alors } B = \frac{71\sqrt{42}}{3}i$$

$$\text{Si } x = -\frac{\sqrt{42}}{3} \text{ alors } B = -\frac{71\sqrt{42}}{3}i$$