

Exercice

Dans le plan complexe, on considère les points: A ; B ; C et D d'affixes respectives:

$$z_A = -2 - 4i ; z_B = 5 - 2i ; z_C = 4 + 3i ; z_D = 1 + i$$

1. a) Déterminer l'affixe du point C' , symétrique de C par rapport au point D .

b) Déterminer l'affixe du point A' vérifiant $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

2. Quelle est la nature du quadrilatère $A'BC'D$?

Correction :

1. a) $\overrightarrow{DC'} = -\overrightarrow{DC}$

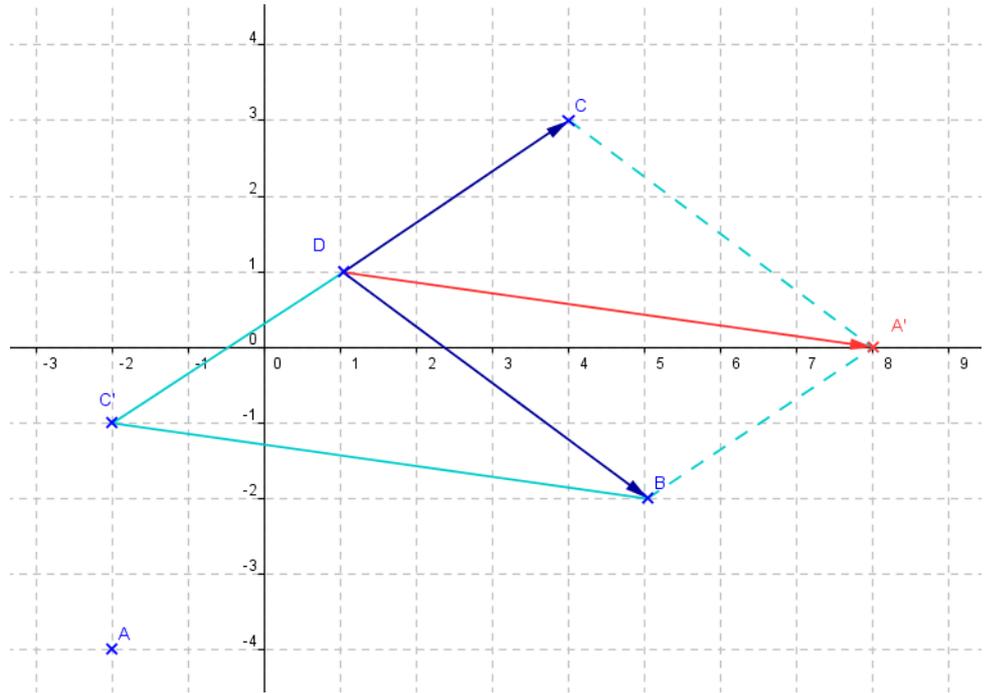
$$z_{C'} - z_D = -(z_C - z_D)$$

$$z_{C'} = -z_C + 2z_D$$

$$z_{C'} = -(4+3i) + 2(1+i)$$

$$z_{C'} = -4 - 3i + 2 + 2i$$

$$z_{C'} = -2 - i$$



b) $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{DB}(5-2i-(1+i)) \quad \overrightarrow{DB}(4-3i)$$

$$\overrightarrow{DC}(4+3i-(1+i)) \quad \overrightarrow{DC}(3+2i)$$

$$\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}(4+3-3i+2i)$$

$$\overrightarrow{DA'}(7-i)$$

$$\overrightarrow{DA'}(z_{A'} - z_D)$$

Donc:

$$z_{A'} - z_D = 7 - i$$

$$z_{A'} = 1 + i + 7 - i$$

$$z_{A'} = 8$$

c)

$$\overrightarrow{C'B}(5-2i-(-2-i))$$

$$\overrightarrow{C'B}(7-i)$$

Donc:

$$\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{C'B}$$

Par suite, **le quadrilatère A'BC'D est un parallélogramme.**