

Exercice

Dans le plan complexe rapporté au repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormé direct.

1. Déterminer géométriquement l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant:

a) $|z - 1 + i| = |z + 2 - i|$

b) $|z + 2 + i| = 2$

c) Construire ces ensembles.

2. Donner dans chaque cas une équation cartésienne de l'ensemble trouvé.

Correction

1.

a) $|z - 1 + i| = |z + 2 - i|$

Soient $A(1 - i)$ et $B(-2 + i)$

$M(z)$

$AM = |z - 1 + i|$

$BM = |z + 2 - i|$

$|z - 1 + i| = |z + 2 - i|$

$\Leftrightarrow AM = BM$

$\Leftrightarrow M$ appartient à la médiatrice du segment $[AB]$

Donc l'ensemble cherché est (Δ) **médiatrice du segment $[AB]$** .

b) $|z + 2 + i| = 2$

Soit $I(-2 - i)$

$M(z)$

$MI = |z + 2 + i|$

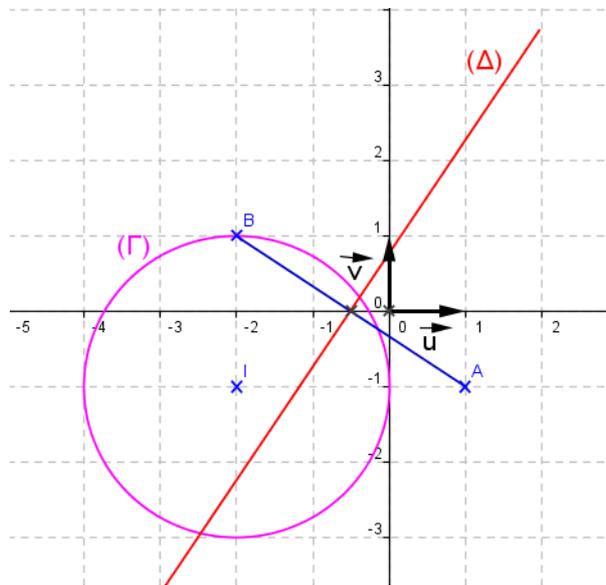
$|z + 2 + i| = 2$

$\Leftrightarrow MI = 2$

$\Leftrightarrow M$ appartient au cercle de centre I et de rayon 2.

Donc l'ensemble cherché est (Γ) **cercle de centre I et de rayon 2**.

c)



2. $z = x + iy$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$

a) $z - 1 + i = x - 1 + i(y + 1)$

$|z - 1 + i|^2 = (x - 1)^2 + (y + 1)^2$

$z + 2 - i = x + 2 + i(y - 1)$

$|z + 2 - i|^2 = (x + 2)^2 + (y - 1)^2$

$$|z-1+i|=|z+2-i|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=(x+2)^2+(y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+2y+1=x^2+4x+4+y^2-2y+1$$

$$\Leftrightarrow -6x+4y-3=0$$

$$(\Delta) : \underline{-6x+4y-3=0}$$

$$\text{b) } z+2+i=(x+2)+i(y+1)$$

$$|z+2+i|^2=(x+2)^2+(y+1)^2$$

$$|z+2+i|=2$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=4$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+4x+2y+1=0$$

$$(\Gamma) : \underline{x^2+y^2+4x+2y+1=0}$$