Exercice

$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ est un repère de l'espace. On donne les coordonnées des points A ; B ; C et D.

$A(1;2;1)$ $B(4;-1;-2)$ $C(-1;-1;0)$ $D(-7;0;3)$

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$

2. Écrire $\overrightarrow{AD}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Que peut-on en conclure pour les points A ; B ; C et D ?

Correction :

1. $\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-3\\-3\end{pmatrix}}$ $\boxed{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-3\\-1\end{pmatrix}}$ $\boxed{\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-8\\-2\\2\end{pmatrix}}$

2. $\overrightarrow{AD}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ si et seulement si il existe deux nombres réels a et b tels que $\overrightarrow{AD}=a\,\overrightarrow{AB}+b\,\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AD}=a\,\overrightarrow{AB}+b\,\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}-8=3a-2b\,(1)\\-2=-3a-3b\,(2)\\2=-3a-b\,(3)\end{cases}$$

On considère les équations (1) et (2)

$$\begin{cases}3a-2b=-8\\-3a-3b=-2\end{cases}$$

On obtient $-5b=-10$ soit $b=2$ et $15a=-20$ soit $a=-\dfrac{20}{15}=-\dfrac{4}{3}$.

On vérifie dans l'équation (3) :

$$-3\times\left(-\frac{4}{3}\right)-2=4-2=2$$

Conclusion : $\boxed{\overrightarrow{AD}=-\dfrac{4}{3}\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{AC}}$

3. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires donc **les points A ; B ; C et D sont coplanaires**.