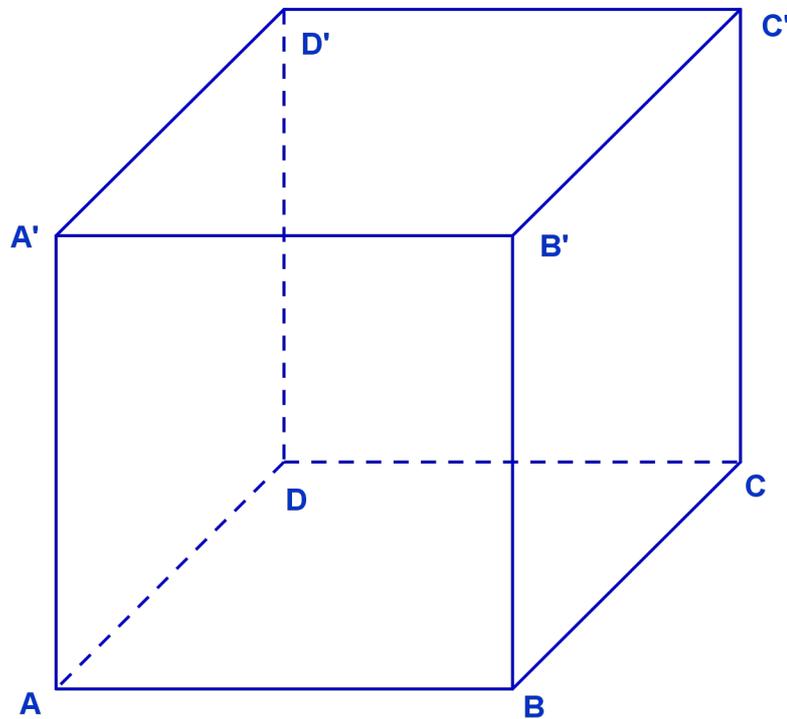


Exercice

$ABCD A'B'C'D'$ est un cube.

1. Démontrer que la droite (AB') est orthogonale au plan $(A'BC)$. En déduire que les droites (AB') et $(A'C)$ sont orthogonales.
2. Démontrer que les droites (AD') et $(A'C)$ sont orthogonales.
3. Démontrer que $(A'C)$ est orthogonale à $(AB'D')$.



Correction :

1. La droite (BC) est orthogonale à la face $(ABB'A')$ donc la droite (BC) est orthogonale à toute droite contenue dans le plan (ABB') .

La droite (AB') est contenue dans le plan (ABB') donc la droite (BC) est orthogonale à la droite (AB') .

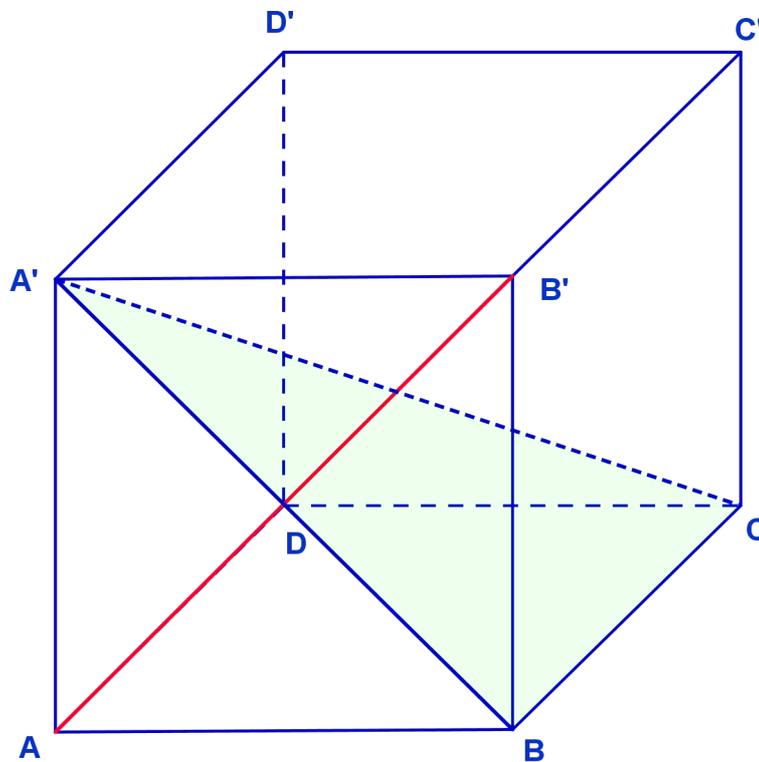
$ABB'A'$ est un carré, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, donc les droites (AB') et $(A'B)$ sont perpendiculaires.

Les droites (BC) et $(A'B)$ sont sécantes en B .

La droite (AB') est orthogonale à deux droites sécantes du plan $(A'BC)$, donc **la droite (AB') est orthogonale au plan $(A'BC)$.**

La droite (AB') est orthogonale à toute droite contenue dans le plan $(A'BC)$.

La droite $(A'C)$ est contenue dans le plan $(A'BC)$. **Par conséquent, les droites (AB') et $(A'C)$ sont orthogonales.**



2. De même, la droite (DC) est orthogonale à la face $(ADD'A')$ donc la droite (DC) est orthogonale à toute droite contenue dans le plan (ADD') .

La droite (AD') est contenue dans le plan (ADD') donc la droite (DC) est orthogonale à la droite (AD') .

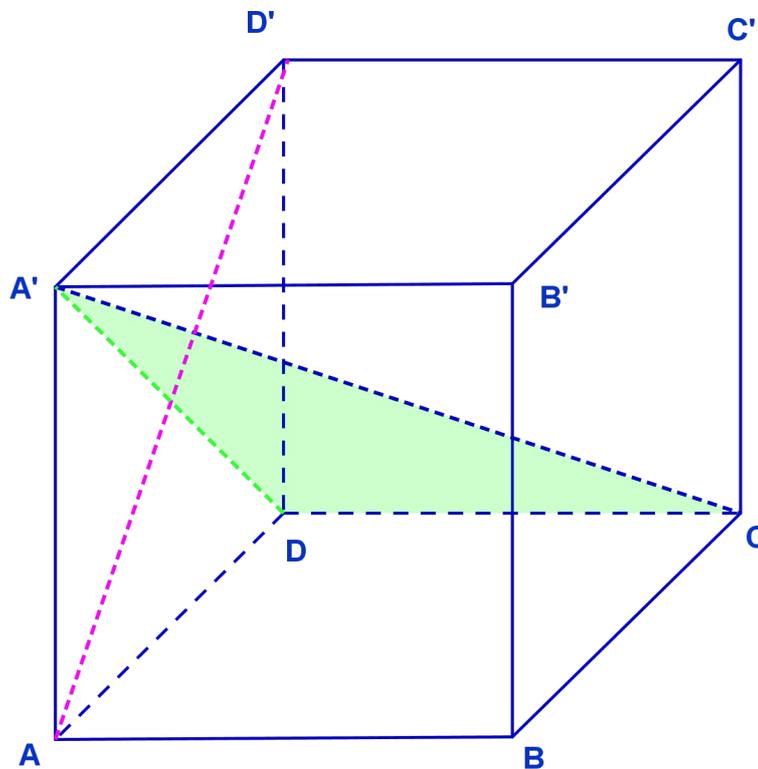
$ADD'A'$ est un carré, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, donc les droites (AD') et $(A'D)$ sont perpendiculaires.

Les droites (DC) et $(A'D)$ sont sécantes en D .

La droite (AD') est orthogonale à deux droites sécantes du plan $(A'DC)$, donc **la droite (AD') est orthogonale au plan $(A'DC)$.**

La droite (AD') est orthogonale à toute droite contenue dans le plan $(A'DC)$.

La droite $(A'C)$ est contenue dans le plan $(A'DC)$. Par conséquent, les droites (AD') et $(A'C)$ sont orthogonales.



3. Les droites (AB') et $(A'C)$ sont orthogonales. Les droites (AD') et $(A'C)$ sont orthogonales.

Les droites (AB') et (AD') sont sécantes en A.

La droite $(A'C)$ est orthogonale à deux droites sécantes du plan $(AB'D')$ donc la droite $(A'C)$ est orthogonale au plan $(AB'D')$.

