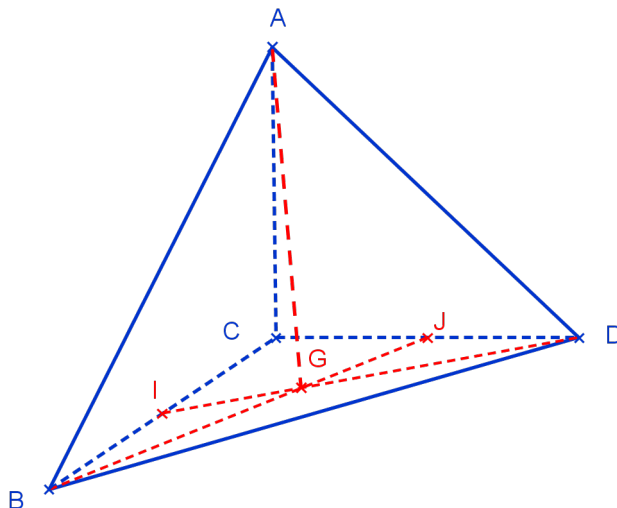


Exercice

ABCD est un tétraèdre régulier (c'est à dire les 4 faces sont des triangles équilatéraux). I est le milieu de [BC] et J est le milieu de [CD]. G est le centre de gravité du triangle BCD.



1. Démontrer que (BC) est orthogonale au plan (AID).
2. Démontrer que (CD) est orthogonale au plan (AJB).
3. Démontrer que (AG) est orthogonale au plan (BCD). En déduire la nature du triangle ABG.

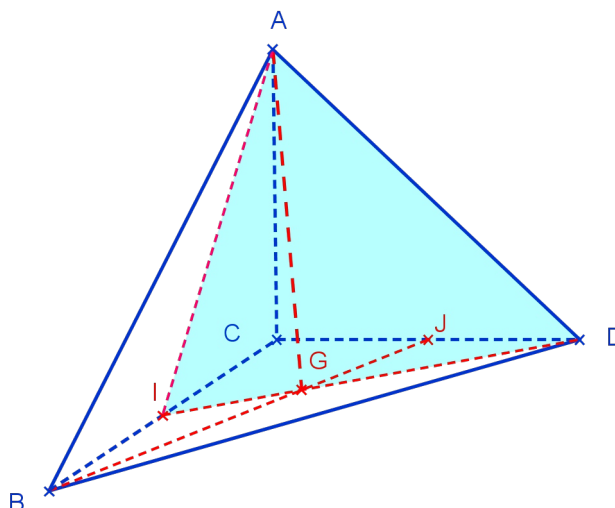
Correction :

1. Le triangle ABC est équilatéral, I est le milieu de [BC] donc (AI) est la hauteur du triangle ABC issue de A, donc **la droite (AI) est perpendiculaire à (BC)**.

Le triangle BCD est équilatéral, I est le milieu de [BC] donc (DI) est la hauteur du triangle BCD issue de D, donc **la droite (DI) est perpendiculaire à (BC)**.

Les droites (AI) et (DI) sont sécantes en I.

La droite (BC) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (AID) donc **la droite (BC) est orthogonale au plan (AID)**.



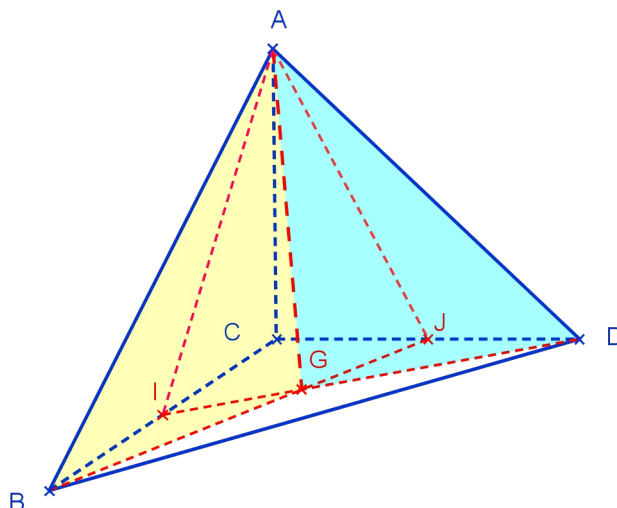
2. De même,

Le triangle BCD est équilatéral, J est le milieu de [DC] donc (BJ) est la hauteur du triangle BCD issue de B, donc **la droite (BJ) est perpendiculaire à (DC)**.

Le triangle ACD est équilatéral, J est le milieu de [DC] donc (AJ) est la hauteur du triangle ACD issue de A, donc **la droite (AJ) est perpendiculaire à (DC)**.

Les droites (AJ) et (BJ) sont sécantes en J.

La droite (CD) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (AJB) donc **la droite (CD) est orthogonale au plan (AJB)**.



3. G est le point d'intersection des droites (DI) et (BJ).

La droite (BC) est orthogonale au plan (AID). La droite (AG) est contenue dans le plan (ADI). Donc **la droite (BC) est orthogonale à la droite (AG)**.

La droite (CD) est orthogonale au plan (AJB). La droite (AG) est contenue dans le plan (AJB). Donc **la droite (CD) est orthogonale à la droite (AG)**.

Les droites (BC) et (CD) sont sécantes en C.

La droite (AG) est orthogonale à deux droites sécantes contenues dans le plan (BCD) donc **la droite (AG) est orthogonale au plan (BCD)**.

La droite (AG) est perpendiculaire à toute droite contenue dans le plan (BCD).

La droite (BG) est contenue dans le plan (BCD) donc **la droite (AG) est perpendiculaire à (BG)**.

Par suite, **le triangle ABG est rectangle en G**.