

Exercice

ABCD est un tétraèdre

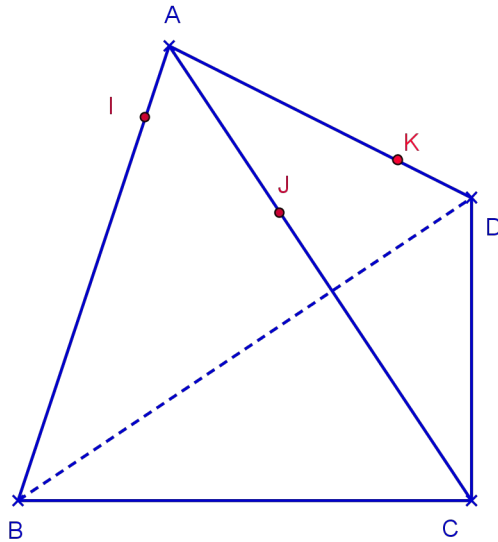
1. On considère les points I ; J et K tels que :

$$I \in [AB] ; J \in [AC] ; K \in [AD]$$

et (IJ) n'est pas parallèle à (BC)

(JK) n'est pas parallèle à (CD)

(IK) n'est pas parallèle à (BD)



- a) Construire le point d'intersection E de la droite (IJ) et du plan (BCD).
- b) Construire le point d'intersection F de la droite (JK) et du plan (BCD).
- c) Construire le point d'intersection G de la droite (IK) et du plan (BCD).
- d) Que peut-on dire des points E ; F et G ?

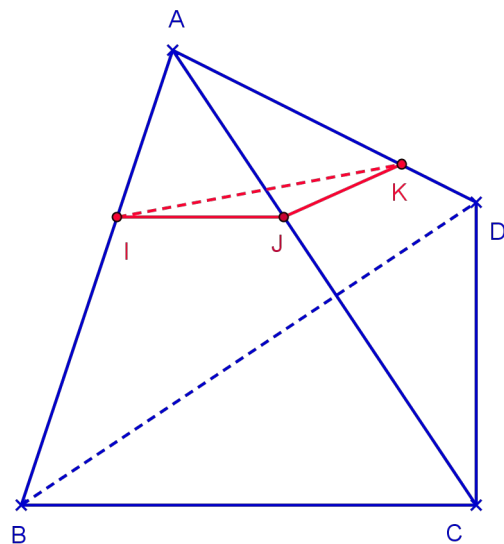
2. On considère les points I ; J et K tels que :

$$I \in [AB] ; J \in [AC] ; K \in [AD]$$

et (IJ) est parallèle à (BC)

(JK) n'est pas parallèle à (CD)

On a alors (IK) non parallèle à (BD)



- a) Construire le point d'intersection E de la droite (IK) et du plan (BCD).
- b) Construire le point d'intersection F de la droite (JK) et du plan (BCD).
- c) Que peut-on dire de la droite (EF) ?

Correction :

1.

a)

Les droites (IJ) et (BC) sont contenues dans le plan (ABC) et sécantes en E.

E est le point d'intersection de la droite (IJ) et du plan (BCD).

b) Les droites (JK) et (CD) sont contenues dans le plan (ACD) et sécantes en F.

F est le point d'intersection de la droite (JK) et du plan (BCD).

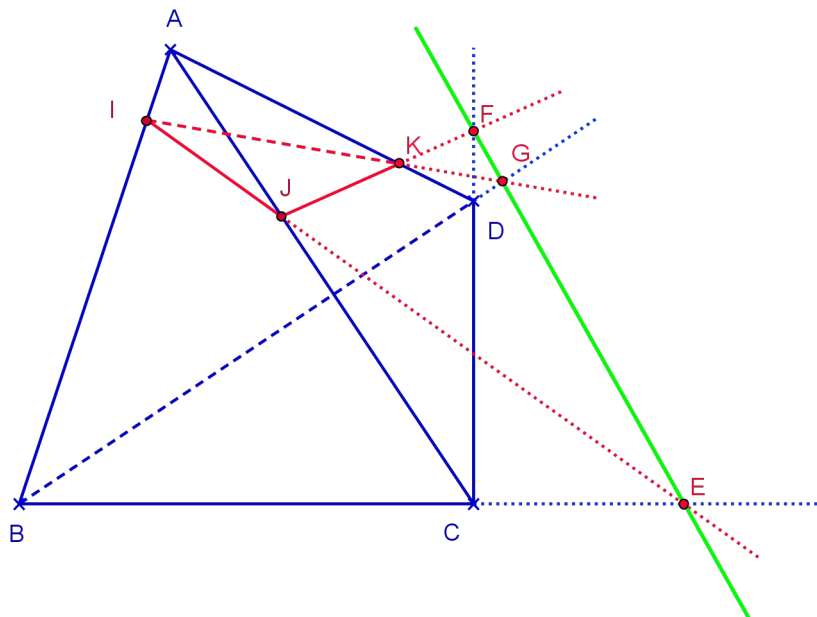
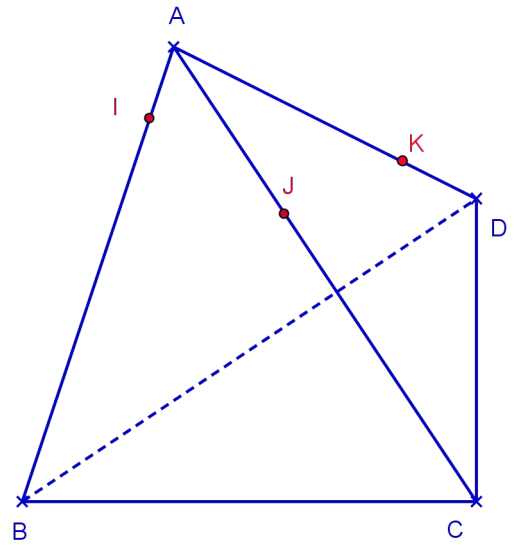
c) Les droites (IK) et (BD) sont contenues dans le plan (ABD) et sécantes en G.

G est le point d'intersection de la droite (IK) et du plan (BCD).

d) Les points E ; F et G sont des points appartenant à l'intersection des plans (IJK) et (BCD).

Or $I \notin (BCD)$ donc des deux plans sont sécants et leur intersection est une droite.

Les points E ; F et G sont alignés.



2.

Remarque :

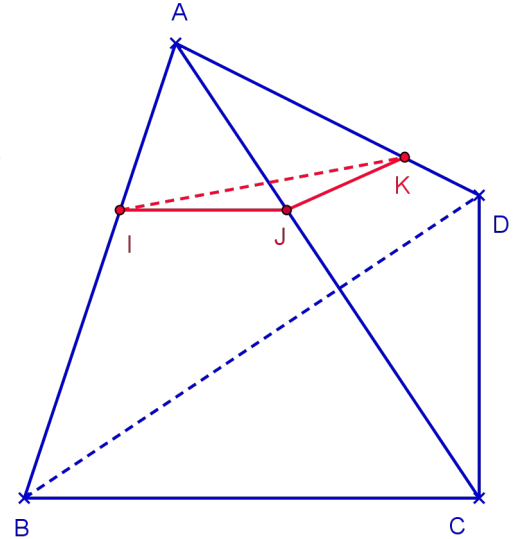
(IJ) est parallèle à (BC) et (JK) non parallèle à (CD).

Pour démontrer que (IK) n'est pas parallèle à (BD), **il suffit de faire un raisonnement par l'absurde.**

Si on suppose que (IK) est parallèle à (BD) alors deux droites sécantes (BC) et (BD) contenues dans le plan (BCD) sont parallèles à deux droites sécantes (IJ) et (IK) contenues dans le plan (IJK), donc les deux plans (BCD) et (IJK) sont parallèles.

Le plan (ACD) est sécant à ces deux plans, les droites d'intersection (JK) et (DC) sont donc parallèles. Ce qui est en contradiction avec les hypothèses.

Conséquence : **(IK) non parallèle à (BD).**



a) **E est le point d'intersection de (IK) et (BD).**

b) **F est le point d'intersection de (JK) et (CD).**

c) La droite (EF) est la droite d'intersection des plans (BCD) et (IJK).

(IJ) est contenue dans (IJK).

(BC) est contenue dans (BCD).

Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

Le **théorème du toit** permet de conclure que **(EF) est parallèle à (BC) ou (IJ).**

