Exercice

$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace. P est le plan d'équation cartésienne $3x-2y+5z-1=0$.

Déterminer la position relative du plan P et des droites suivantes :

1. d_1 passant par $O(0;0;0)$ et de vecteur directeur $\vec{u_1}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

2. d_2 passant par $A_2(1;2;3)$ et de vecteur directeur $\vec{u_2}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$.

Correction :

1. $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\5\end{pmatrix}$ est un **vecteur normal au plan P**.

$\vec{u_1}\cdot\vec{n}=1\times3+1\times(-2)+1\times5=3-2+5=6\neq0$

Donc $\vec{u_1}$ n'est pas coplanaire avec deux vecteurs directeurs de P.

La droite d_1 est **donc sécante au plan P**.

Nous avons répondu à la question posée mais nous calculons les coordonnées du point H d'intersection car on peut aussi répondre à la question en déterminant l'intersection de d_1 et P.

$d_1 : \begin{cases}x=t\\y=t\\z=t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$ et P : $3x-2y+5z-1=0$

$3t-2t+5t-1=0$

$6t-1=0$

$t=\frac{1}{6}$

et, donc, $x=y=z=\frac{1}{6}$

Donc, $\boxed{H\left(\frac{1}{6};\frac{1}{6};\frac{1}{6}\right)}$

2. $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\5\end{pmatrix}$ est **un vecteur normal au plan P**.

$\vec{u_2}\cdot\vec{n}=-1\times3+1\times(-2)+5=0$

Donc $\vec{u_2}$ est **coplanaire avec deux vecteurs directeurs de P**.

$A_2(1;2;3)$

$3\times1-2\times2+5\times3-1=13\neq0$

Le point A_2 n'appartient pas au plan P donc la droite d_2 est **strictement parallèle au plan P**.

Autre méthode par le calcul

$d_2 : \begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$ et P : $3x-2y+5z-1=0$

$3(1-t)-2(2+t)+5(3+t)-1=0$

$0t+13=0$

Cette équation n'admet pas de solution donc il n'existe pas de point d'intersection entre d_2 et P et la droite d_2 est **strictement parallèle au plan P**.