Exercice

$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace.

P et P' sont les plans d'équations cartésiennes respectives : $x-2y+2z-5=0$ et $2x-y-2z+1=0$

1. Démontrer que les plans P et P' sont perpendiculaires.

2. Déterminer l'intersection des plans P et P'.

Correction :

1. $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de P.

$\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de P'.

$\vec{n}\cdot\vec{n'}=1\times2-2\times(-1)+2\times(-2)=2+2-4=0$

$\vec{n}$ et $\vec{n'}$ sont orthogonaux donc les plans P et P' sont perpendiculaires.

2. $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ sont orthogonaux et non nuls donc les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ ne sont pas colinéaires et les plans P et P' sont sécants.

$\begin{cases}x-2y+2z-5=0\\2x-y-2z+1=0\end{cases}$

On choisit par exemple comme inconnues x et z et comme paramètre : $y=t\in\mathbb{R}$

$\begin{cases}x+2z=2t+5\\2x-2z=t-1\end{cases}$

On obtient $3x=3t+4$ soit $x=t+\frac{4}{3}$

$2z=-t-\frac{4}{3}+2t+5=t+\frac{11}{3}$ soit $z=\frac{1}{2}t+\frac{11}{6}$.

Une représentation paramétrique de la droite d d'intersection de P et P' est :

$\boxed{\begin{cases}x=\frac{4}{3}+t\\y=t\\z=\frac{11}{6}+\frac{1}{2}t\end{cases}}$ $\quad t\in\mathbb{R}$

d est la droite passant par le point $\boxed{A\left(\frac{4}{3};0;\frac{11}{6}\right)}$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.