

Exercice

On considère le mot SUITE.

On forme des « mots » (ayant un sens en français ou non) de une à cinq lettres, à partir des lettres du mot SUITE.

Chaque lettre intervient au plus une fois dans un même « mot ».

1. Combien de « mots » de cinq lettres peut-on former ?
2. Combien de « mots » peut-on former ?
3. Déterminer le nombre de « mots » de cinq lettres dans lesquels il n'y a pas deux voyelles consécutives.

Correction :

1. Les 5 lettres du mot SUITE sont distinctes deux à deux.

Le nombre de mots de 5 lettres est **le nombre de permutations** d'un ensemble de 5 éléments.

Donc $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

2.

- Le nombre de mots de une lettre est : 5
- Un mot de deux lettres est une 2-liste d'éléments deux à deux distincts d'un ensemble de 5 éléments, donc **le nombre de mots de 2 lettres est** $\frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20$.
- Un mot de trois lettres est une 3-liste d'éléments deux à deux distincts d'un ensemble de 5 éléments, donc **le nombre de mots de 3 lettres est** $\frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60$.
- Un mot de quatre lettres est une 4-liste d'éléments deux à deux distincts d'un ensemble de 5 éléments, donc **le nombre de mots de 4 lettres est** $\frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = 120$.
- Il y a 120 mots de 5 lettres.

Conclusion, nous pouvons former $5+20+60+120+120=325$ mots.

3.

Il y a 3 voyelles et 2 consonnes.

Il n'y a pas deux voyelles consécutives dans un mot si et seulement si les consonnes sont situées au rang 2 et au rang 4 et les voyelles au rang 1, 3 et 5.

Il y a $3!$ **ordres possibles pour les voyelles** (les permutations d'un ensemble de 3 éléments).

Il y a $2!$ **ordres possibles pour les consonnes** (les permutations d'un ensemble de 2 éléments).

Donc, le nombre de mots de 5 lettres ne comportant pas deux voyelles consécutives est égal à $3! \times 2! = 12$.