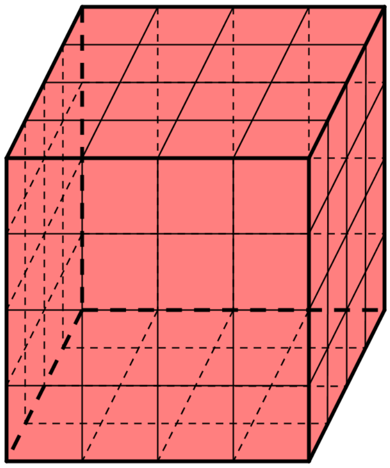
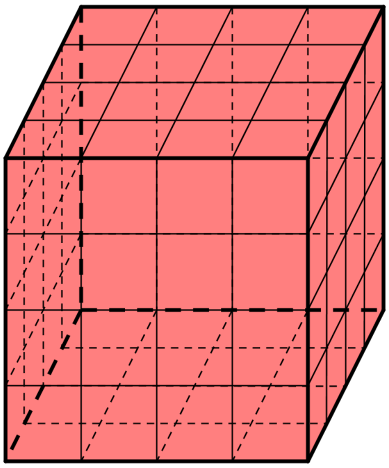
Exercice

Un cube de bois de 4 cm d'arête est peint en rouge. On le débite par des traits de scies parallèles aux plans des faces en petits cubes de 1cm d'arête.
Ces cubes sont placés dans une urne, on extrait au hasard et simultanément 3 cubes de l'urne.
1. Calculer la probabilité de l'événement A : extraire 3 cubes ayant 3 faces colorées.
2. Calculer la probabilité de l'événement B : extraire 3 cubes ayant 2 faces colorées.
3. Calculer la probabilité de l'événement C : extraire 3 cubes tels que la somme des faces colorées soit égale à 6.



Correction :



Le **nombre de petits cubes** est : $\boxed{4\times4\times4=64}$.
8 cubes ont 3 faces colorées (les 8 sommets du cube).
$\boxed{2\times12=24}$ cubes ont **2 faces colorées** (2 par arête et il y a 12 arêtes).
$\boxed{4\times6=24}$ cubes ont **1 face colorée** (4 par face et il y a 6 faces).
$\boxed{2\times2\times2=8}$ cubes ont **0 face colorée** (les petits cubes intérieurs).
Les tirages se font au hasard donc la loi est équirépartie.
On extrait simultanément 3 cubes de l'urne donc une éventualité est une partie de 3 éléments d'un ensemble de 64 éléments.
Donc :

$$\boxed{card\ \Omega=\binom{64}{3}=\frac{64!}{3!61!}=41\,664}$$

1. A : on extrait 3 cubes ayant 3 faces colorées, c'est à dire on extrait simultanément **3 cubes parmi les 8 cubes ayant 3 faces colorées**.

$$card\ A=\binom{8}{3}=\frac{8!}{3!5!}=56$$

$$\boxed{p(A)=\frac{56}{41664}=\frac{1}{744}\approx0{,}0013}$$

2. B : on extrait 3 cubes ayant 2 faces colorées, c'est à dire on extrait simultanément **3 cubes parmi les 24 cubes ayant 2 faces colorées**.

$$card\ B=\binom{24}{3}=\frac{24!}{3!21!}=2\,024$$

$$\boxed{p(B)=\frac{2\,024}{41\,664}=\frac{253}{5208}\approx0{,}0486}$$

3. C : on extrait 3 cubes tels que la somme des faces colorées soit égale à 6.
$C=C_1\cup C_2\cup C_3$

C_1 :3+3+0, c'est à dire on a **2 cubes parmi les 8 cubes ayant 3 faces colorées et 1 cube parmi les 8 cubes** ayant 0 face colorée.

$$card\ C_1 = \binom{8}{2} \times \binom{8}{1} = \frac{8!}{2!6!} \times 8 = 224$$

C_2 :3+2+1, c'est à dire on a 1 cube parmi les 8 cubes ayant 3 faces colorées et 1 cube parmi les 24cubes ayant 2 faces colorées et 1 cube parmi les 24cubes ayant 1 face colorée.

$$card\ C_2 = \binom{8}{1} \times \binom{24}{1} \times \binom{24}{1} = 4608$$

C_3 :2+2+2, c'est à dire 3 cubes parmi les 24 cubes ayant 2 faces colorées.

$$card\ C_3 = \binom{24}{3} = 2\,024$$

C_1 ; C_2 et C_3 sont incompatibles deux à deux, donc :

$$P(C) = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) = \frac{224}{41664} + \frac{4608}{41664} + \frac{2024}{41664} = \frac{857}{5208} \approx 0{,}1646$$