

Exercice

$$n=100 \quad p=0,5$$

X_{100} suit la loi binomiale $\mathcal{B}(100;0,5)$

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation simplifié au seuil de 0,95 de la variable aléatoire $F_{100} = \frac{X_{100}}{100}$.
2. Déterminer un intervalle de fluctuation de fluctuation étudié en première au seuil de 0,95 de F_{100} .
3. Déterminer un intervalle de fluctuation de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de F_{100} .
4. Mêmes questions pour $n=100$ et $p=0,6$

Correction :

1. **L'intervalle de fluctuation simplifié au seuil de 0,95** est :

$$J_n = \left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{n}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$$n = 100 \quad \sqrt{100} = 10$$

$$J_{100} = [0,4; 0,6]$$

2. On détermine **le plus grand entier** naturel a tel que $P(X \leq a) \leq 0,025$

(Attention, X suit $\mathcal{B}(100; 0,5)$ et non $\mathcal{N}(0; 1)$)

$$P(X \leq 39) = 0,0176$$

$$P(X \leq 40) = 0,0284$$

donc $a = 39$

On détermine **le plus petit entier** naturel b tel que $P(b \leq X) \leq 0,025$

$$P(60 \leq X) = 0,0284$$

$$P(61 \leq X) = 0,0176$$

donc $b = 61$

Donc, **l'intervalle de fluctuation de fluctuation étudié en première au seuil de 0,95** est

$$K_{100} = \left[\frac{39}{100}; \frac{61}{100} \right] = [0,39; 0,61]$$

3. **L'intervalle de fluctuation de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95** est :

$$I_{100} = \left[0,5 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{100}}; 0,5 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{100}} \right]$$

$$I_{100} = [0,5 - 0,098; 0,5 + 0,098]$$

$$I_{100} = [0,402; 0,598]$$

4. $p = 0,6$ $n = 100$

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(100; 0,6)$.

L'intervalle de fluctuation simplifié au seuil de 0,95 est :

$$J_n = \left[0,6 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,6 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right]$$

$$J_n = [0,5; 0,7]$$

$$P(X \leq 50) = 0,0271$$

$$P(X \leq 49) = 0,0168$$

donc $a=49$

$$P(70 \leq X) = 0,0248$$

$$P(69 \leq X) = 0,0398$$

Donc $b=70$

L'intervalle de fluctuation de fluctuation étudié en première au seuil de 0,95 est :

$$K_{100} = \left[\frac{49}{100}; \frac{70}{100} \right] = [0,49; 0,7]$$

L'intervalle de fluctuation de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 est :

$$I_{100} = \left[0,6 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,65}{100}}; 0,6 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{100}} \right]$$

$$I_{100} = [0,6 - 0,097; 0,6 + 0,097]$$

$$I_{100} = [0,503; 0,697]$$