

Exercice

Un constructeur de composants produit des résistances. On admet que la probabilité qu'une résistance soit défectueuse est de 5×10^{-3} . Dans un lot de 1000 résistances, quelle est la probabilité d'avoir :

On considère l'épreuve de Bernoulli pour une résistance : non défectueuse (S) $p=0,995$ et défectueuse (\bar{S}) $q=1-p=0,005$.

On considère le schéma de Bernoulli pour 1000 résistances (1000 épreuves que l'on suppose indépendantes) de paramètre $p=0,995$.

La loi de probabilité de la variable aléatoire Y égale au nombre de succès est la loi binomiale de paramètres $n=1000$ et $p=0,995$.

1. Au moins une résistance défectueuse.

$$P(A) = 1 - P(Y = 1000) = 1 - (0,995)^{1000} \approx 0,007$$

2. Exactement deux résistances défectueuses.

$$P(B) = \binom{1000}{998} \times (0,995)^{998} (0,005)^2 \approx 0,084$$

3. Au plus deux résistances défectueuses.

$$P(C) = P(Y = 1000) + P(Y = 999) + P(Y = 998)$$

$$\text{Or, } P(Y = 999) = \binom{1000}{999} \times (0,995)^{999} (0,005)^1 \approx 0,033$$

$$P(C) \approx 0,007 + 0,033 + 0,0894 \approx 0,124$$

4. Au moins deux résistances défectueuses.

On appelle D l'événement : « au moins deux résistances défectueuses »

$$\bar{D} = (Y = 1000) \cup (Y = 999)$$

$$P(\bar{D}) = P(Y = 1000) + P(Y = 999)$$

$$P(\bar{D}) \approx 0,007 + 0,033 \approx 0,040$$

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) \approx 1 - 0,04 \approx 0,96$$