

Exercice

Chaque année, deux villages A et B organisent un concours sportif. Les concurrents tirent au sort un moyen de transport puis doivent relier le village A au village B le plus rapidement possible en utilisant ce moyen de transport et un parcours adapté.

Pour le tirage, on utilise une urne contenant 4 jetons indiscernables au toucher. Sur un premier jeton figure la lettre V, sur le second la lettre R, sur le troisième la lettre P et sur le dernier la lettre L.

Un concurrent tire au hasard un jeton :

- s’il tire le jeton sur lequel figure la lettre V, il effectuera le trajet à vélo,
- s’il tire le jeton sur lequel figure la lettre R, Il effectuera le trajet en roller,
- s’il tire le jeton sur lequel figure la lettre P, il effectuera le trajet à pied,
- s’il tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisira librement son mode de transport parmi les trois précédents.

On observe que lorsqu’un concurrent tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisit le vélo dans 70 % des cas, il choisit le roller dans 20 % des cas et il décide de faire le parcours à pied dans 10 % des cas.

1. Construire un arbre pondéré correspondant à la situation.

Pour les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis au millième.

2. Calculer la probabilité qu’un concurrent effectue le trajet à vélo.

3. Sachant qu’un concurrent a effectué le trajet à vélo, quelle est la probabilité qu’il ait tiré le jeton sur lequel figure la lettre L ?

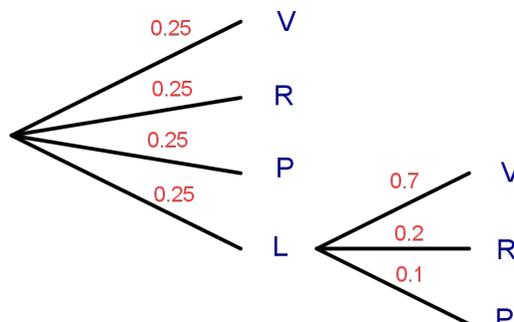
4. On admet que les résultats des différentes années sont indépendants les uns des autres.

L’expérience des années précédentes permet de considérer que la probabilité, pour le vainqueur, d’avoir effectué le trajet à vélo est $\frac{2}{3}$.

Calculer la probabilité qu’au cours des six prochaines années l’épreuve soit remportée au moins une fois par un concurrent « non cycliste ».

Correction :

1.



2.

Il y a 2 chemins pour V.

 La probabilité du premier chemin est 0,25, celle du second est $0,25 \times 0,7$. Donc :

$$P(V) = 0,25 + 0,25 \times 0,7$$

$$P(V) = 0,25 + 0,175$$

$$\boxed{P(V) = 0,425}$$

 3. On nous demande de calculer $P_V(L)$.

$$P_V(L) = \frac{P(V \cap L)}{P(V)}$$

Or, $P(V \cap L) = 0,25 \times 0,7 = 0,175$

Donc, $\boxed{P_V(L) = \frac{0,175}{0,425} = \frac{7}{17} \approx 0,412}$

 4. On note **S l'événement** : « l'épreuve est remportée au moins une fois par un concurrent « non cycliste » ».

 On s'intéresse **à l'événement contraire** \bar{S} : « l'épreuve n'est jamais remportée par un concurrent « non cycliste » ».

$$P(\bar{S}) = \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

Donc, $\boxed{P(S) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{665}{729} \approx 0,912}$