

Exercice

Un joueur lance 2 dés bien équilibrés. S'il n'obtient pas de cinq ou de six, il perd 10€ sinon il gagne 8€.

X est la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

Déterminer la loi de probabilité de X , son espérance mathématiques et son écart-type.

Correction :

On différencie les deux dés, par exemple 1 rouge et 1 bleu.

L'univers Ω est l'ensemble des couples (i, j) avec i et j entiers naturels compris entre 1 et 6. On peut représenter l'univers en utilisant **un tableau à double entrée**.

bleu rouge \	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

A est l'événement : le joueur n'obtient pas de 5 ou de 6 donc les éventualités appartenant à A sont celles appartenant au carré bleu sur le dessin.

Card A=16

$$P(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

card $\bar{A}$ = 20

$$P(\bar{A}) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

La variable aléatoire **X égale au gain algébrique du joueur prend pour valeurs** : -10 et 8.

$$P(X=-10)=P(A)=\frac{4}{9}$$

$$P(X=8)=P(\bar{A})=\frac{5}{9}$$

On écrit la loi de probabilité de X **sous forme de tableau**.

x_i	-10	8
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$

$$E(X) = -10 \times \frac{4}{9} + 8 \times \frac{5}{9} = \frac{-40 + 40}{9} = 0$$

$$V(X) = (-10)^2 \times \frac{4}{9} + 8^2 \times \frac{5}{9}$$

$$V(X) = \frac{400}{9} + \frac{320}{9} = \frac{720}{9} = 80$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \approx 8,95$$