

Exercice

On considère les matrices de dimension 2×2 suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. En utilisant une calculatrice ou un logiciel, démontrer que A est inversible et déterminer son inverse $D = A^{-1}$
2. Calculer :
 $E = A \times B$ et $F = A \times C$
3. Déterminer la matrice M de dimension 2×2 telle que $A \times M = C$

Correction :

$$1 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$D=A^{-1} \quad D = \begin{pmatrix} -2.5 & 2 \\ 1.5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$DxA=AxD=I \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E=AxB \quad E = \begin{pmatrix} 24 & 24 \\ 31 & 34 \end{pmatrix}$$

$$F=Ax C \quad F = \begin{pmatrix} 14 & 8 \\ 20 & 11 \end{pmatrix}$$

$$3 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$A \times M = C$ si et seulement si $D \times (A \times M) = D \times C$

$(D \times A) \times M = D \times C$

Or A est inversible et D est l'inverse de A

Donc, $I \times M = D \times C$, donc $M = D \times C$

$$M = D \times C \quad M = \begin{pmatrix} -10.5 & -3 \\ 6.5 & 2 \end{pmatrix}$$