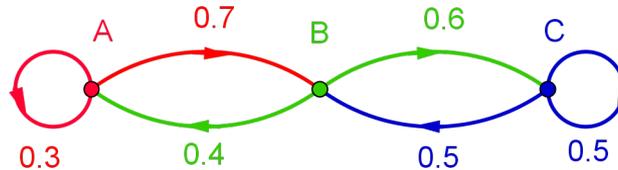


Exercice marche aléatoire entre A et B et C

A chaque étape, monsieur X peut marcher de A vers B ou B vers A ou B vers C ou C vers B ou rester en A ou rester en C avec les probabilités données par le graphe probabiliste :



On utilise les matrices colonnes.

1. Écrire la matrice de transition M de ce graphe. On choisit l'ordre : A ; B et C.

2. On suppose qu'au départ monsieur X se trouve en C, c'est à dire $C_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Déterminer la probabilité que monsieur X se trouve en A en 3 étapes.
- Déterminer la probabilité que monsieur X se trouve en B en 3 étapes.
- Déterminer la probabilité que monsieur X se trouve en C en 3 étapes.

Correction :

$$1. m_{11} = P_A(A) = \mathbf{0,3}$$

$$m_{12} = P_B(A) = \mathbf{0,4}$$

$$m_{13} = P_C(A) = \mathbf{0}$$

$$m_{21} = P_A(B) = \mathbf{0,7}$$

$$m_{22} = P_B(B) = \mathbf{0}$$

$$m_{23} = P_C(B) = \mathbf{0,5}$$

$$m_{31} = P_A(C) = \mathbf{0}$$

$$m_{32} = P_B(C) = \mathbf{0,6}$$

$$m_{33} = P_C(C) = \mathbf{0,5}$$

$$\text{Donc, } M = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 & 0 \\ 0,7 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,6 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$2. C_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C_3 = \begin{pmatrix} P_3(A) \\ P_3(B) \\ P_3(C) \end{pmatrix} = M^3 C_0$$

On utilise le logiciel géogébra :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0,37 & 0,12 & 0,2 \\ 0,21 & 0,58 & 0,25 \\ 0,42 & 0,3 & 0,55 \end{pmatrix}$$

Donc,

a) $P_3(A) = \underline{0,2}$

b) $P_3(B) = \underline{0,25}$

c) $P_3(C) = \underline{0,55}$