Exercice

1. Déterminer les restes de la division euclidienne par 97 de 23104 et de 15231 et de 6462113.

2. Déterminer les restes de la division euclidienne par 97 de 10^2 et de 10^{12} et de 10^{13} et de 10^{18} .

Application : Clé RIB (relevé d'identité bancaire).

Un numéro de compte bancaire **N** est un nombre de 23 chiffres.
Le nombre **A** constitué des 5 premiers chiffres correspond au code de la banque.
Le nombre **B** constitué des 5 chiffres suivants correspond au code de l'agence de cette banque.
Le nombre **C** constitué des 11 chiffres suivant correspond au numéro de compte du client pour la banque considérée.
Le nombre **R** constitué des deux derniers chiffres st la « **Clé RIB ».**
La « **Clé RIB** » est un nombre de 2 chiffres compris entre 01 et 97 (on écrit le zéro pour obtenir un numéro de compte **N** de 23 chiffres.
On détermine **R** en imposant au nombre **N** d'être divisible par 97 c'est à dire $\mathrm{N}\equiv 0(97)$.

Exemple :

Code Banque	Code Agence	n° de compte	Clé RIB
23104	15231	00006462113	
A	B	C	R

3.a. Déterminer les entiers naturels n, p et k tels que :
$\mathrm{N}=\mathrm{A}\times 10^n+\mathrm{B}\times 10^p+\mathrm{C}\times 10^k+\mathrm{R}$
b. Déterminer la « **Clé de RIB** » pour l'exemple considéré.

Correction :

1. $23104=97\times 238+18$
Le reste de la division euclidienne de 23104 par 97 est **18**.
$15231=97\times 157+2$
Le reste de la division euclidienne de 15231 par 97 est **2**.
$64621113=97\times 66619+70$
Le reste de la division euclidienne de 6462113 par 97 est **70**.

2. $10^2=100=97\times 1+3$
Le reste de la division euclidienne de 10^2 par 97 est **3** et $\boxed{10^2\equiv 3(97)}$.
$10^{12}=(10^2)^6\equiv 3^6(97)$
$3^6=729=97\times 7+50$
donc $\boxed{10^{12}\equiv 50(97)}$.
Le reste de la division euclidienne de 10^{12} par 97 est **50**
$10^{13}=10^{12}\times 10\equiv 50\times 10(97)$
donc $\boxed{10^{13}\equiv 500(97)}$
$500=97\times 5+15$
Le reste de la division euclidienne de 10^{13} par 97 est **15**.
$10^{18}=(10^2)^9\equiv 3^9(97)$
$3^9=3^6\times 3^3$
$\boxed{3^9\equiv 50\times 27(97)}$
$50\times 27=1350=97\times 13+89$
donc $\boxed{10^{18}\equiv 89(97)}$
Le reste de la division euclidienne de 10^{18} par 97 est **89**

3.a. En utilisant la définition de la numération dans le système décimal, on obtient :
$N=A\times 10^n+B\times 10^p+C\times 10^k+R$
donc $n=18$ et $p=13$ et $k=2$
b. Pour l'exemple
$A\equiv 18(97)$ $B\equiv 2(97)$ $C\equiv 70(97)$
$10^{18}\equiv 89(97)$ $10^{13}\equiv 15(97)$ $10^2\equiv 3(97)$
et $R\equiv R(97)$.
On pose $N\equiv 0(97)$ donc
$0\equiv 18\times 89+2\times 15+70\times 3+R(97)$
$0\equiv 1602+30+210+R(97)$
$0\equiv 1842+R(97)$
Or, $1842=97\times 18+96$
$0\equiv 96+R(97)$
donc $\boxed{R\equiv -96(97)}$
$-96=97\times(-1)+1$
$\boxed{R\equiv 1(97)}$
R contient deux chiffres **R=01**.
On complète le tableau

Code Banque	Code Agence	n° de compte	Clé RIB
23104	15231	00006462113	01

A B C R

<u>Remarques :</u>

. Si $R \equiv 0(97)$ alors **R=97** et non **00.**

. On utilise le nombre 97 car les restes des divisions euclidiennes de 10^k par 97, pour k compris entre 0 et 22 sont distincts deux à deux et tous les chiffres de **N** interviennent pour la congruence modulo 97.

Si on se trompe pour un chiffre (et un seul) des 23 chiffres de **N,** le nouveau nombre obtenu **N'** n'est pas divisible par 97 (l'ordinateur vérifie immédiatement ce résultat).

S'il y a plusieurs erreurs alors le nouveau nombre obtenu peut-être lui aussi divisible par 97.