Exercice

On nomme diviseur strict d'un entier naturel n , tout diviseur de n distinct de n .
On dit que deux entiers naturels a et b sont **amiables** si et seulement si **la somme des diviseurs stricts** de a est égale à b et **la somme des diviseurs stricts** de b est égale à a .

Vérifier que 220 est amiable avec un entier naturel que l'on déterminera.

Correction :

$$\begin{array}{l|l} 220 & 2 \\ 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$220=2^2\times5\times11$

Il y a $3\times2\times2=12$ diviseurs de 220.

$D_{220}=\{1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220\}$

On note s la somme des diviseurs stricts de 220.

$s=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$

Remarque:

$S=(2^0+2^1+2^2)(5^0+5^1)(11^0+11^1)$

$S=7\times6\times12$

$S=504$

$s=S-220$

$s=504-220$

$s=284$

Si 220 est **amiable** avec un entier naturel b alors $\boxed{b=284}$

$$\begin{array}{l|l} 284 & 2 \\ 142 & 2 \\ 71 & 71 \\ 1 & \end{array}$$

$284=2^2\times71$

Il y a $3\times2=6$ diviseurs de 284.

$D_{284}=\{1; 2; 4; 71; 142; 284\}$

On note s' la somme des diviseurs stricts de 284.

$s'=1+2+4+71+142=220$

Remarque:

$S'=(2^0+2^1+2^2)(71^0+71^1)$

$S'=7\times72$

$S'=504$

$s'=S'-284$

$s'=504-284$

$s'=220$

Donc 220 et 284 sont amiables