Exercice

1. Un entier naturel N s'écrit $\overline{34027}$ en base 8. Écrire N en base 10.
2. Un entier naturel N s'écrit $\overline{xy}$ en base 5 et $\overline{yx}$ en base 7. Déterminer ce nombre en base 10.
3. Écrire 28 et 78 en base 2.
4. Les chiffres en base 12 sont: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; α (dix); β (onze)
a) Écrire 345 et 1726 en base 12.
b) N s'écrit $\overline{\alpha\beta\alpha\beta}$ en base 12. L'écrire en base 10.
5. Effectuer les opérations suivantes en base 2:
$\overline{1100101} + \overline{1011111}=$
$\overline{111000} - \overline{1010}=$

1. Un entier naturel N s'écrit $\overline{34027}$ en base 8. Écrire N en base 10.

$$N=3\times8^4+4\times8^3+0\times8^2+2\times8^1+7\times8^0$$
$$N=3\times4096+4\times512+0\times64+2\times8+7\times1$$
$$N=12288+2048+16+7$$
$$N=14359$$

2. Un entier naturel N s'écrit $\overline{xy}$ en base 5 et $\overline{yx}$ en base 7. Déterminer ce nombre en base 10.

N s'écrit $\overline{xy}$ en base 5, donc
$x\in\mathbb{N}$ $\quad 1\leqslant x\leqslant4$
$y\in\mathbb{N}$ $\quad 0\leqslant y\leqslant4$
et $N=x\times5^1+y\times5^0$
$N=5x+y$

N s'écrit $\overline{yx}$ en base 7, donc
$y\in\mathbb{N}$ $\quad 1\leqslant y\leqslant7$
$x\in\mathbb{N}$ $\quad 0\leqslant x\leqslant7$
et $N=y\times7^1+x\times7^0$
$N=7y+x$

Conséquence:
$x\in\mathbb{N}$ $\quad 1\leqslant x\leqslant4$
$y\in\mathbb{N}$ $\quad 1\leqslant y\leqslant4$
et $5x+y=7y+x$
$4x=6y$

Si $x=1$ alors

Si $x=2$ alors $y=\frac{4}{3}\notin\mathbb{N}$
Si $x=3$ alors $y=2\in\mathbb{N}$
Si $x=4$ alors $y=\frac{8}{3}\notin\mathbb{N}$

Donc: $x=3$ et $y=2$ et $N=5\times3+2=17$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

3. Écrire 28 et 78 en base 2.

On effectue des division euclidiennes successives par 2.

2	8	|	2							
0	8	|	1	4	|	2				
	0			0	|	7	|	2		
						1	|	3	|	2
								1	|	1	| 2
										1	| 0

28 s'écrit $\overline{11100}$ en base 2

7	8	|	2									
1	8	|	3	9	|	2						
	0		1	9	|	1	9	|	2			
				1			1	|	9	|	2	
									1	|	4	| 2
										0	|	2 | 2
											0	| 1 | 2
											1	| 0

78 s'écrit $\overline{1001110}$ en base 2

4. Les chiffres en base 12 sont: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; α (dix); β (onze)
a) Écrire 345 et 1726 en base 12.
On effectue des division euclidiennes successives par 12.

3	4	5	|	1	2				
1	0	5	|	2	8	|	1	2	
	9			4		|	2	|	1 2
							2	|	0

345 s'écrit $\overline{249}$ en base 12

1	7	2	6	|	1	2						
	5	2			1	4	3	|	1	2		
		4	6			2	3	|	1	1	|	1 2
		1	0			1	1		1	1	|	0
		$\uparrow$				$\uparrow$			$\uparrow$			
		α				β			β			

1726 s'écrit $\overline{\beta\beta\alpha}$ en base 12

b) N s'écrit $\overline{\alpha\beta\alpha\beta}$ en base 12. L'écrire en base 10.

$N = 10\times12^3 + 11\times12^2 + 10\times12^1 + 11\times\frac{3}{2}12^0$
$N = 10\times1728 + 11\times144 + 10\times12 + 11\times1$
$N = 17280 + 1584 + 120 + 11$
$N = 18995$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

5. Effectuer les opérations suivantes en base 2:
$\overline{1100101} + \overline{1011111}=$
$\overline{111000} - \overline{1010}=$

```
  1100101
+1011111
=
```

1+1=2 (en base 10)

```
2 | 2
0 | 1 | 2
    1 | 0
```

2 s'écrit en base 2: $\overline{10}$
On pose 0 et on retient 1

```
      +1+1
  1100101
+1011111
=       00
```

1+1+1=3 (en base 10)

```
3 | 2
1 | 1 | 2
    1 | 0
```

3 s'écrit en base 2: $\overline{11}$

```
   +1+1+1+1+1+1+1
    1100101
+   1011111
=11000100
```

```
     +2+2+2
   111000
-    1010
  +1+1+1+1
=101110
```

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés