## Exercice 1 4 points

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs: 35 % des plants proviennent de l'horticulteur $H_1$, 25 % de l'horticulteur $H_2$ et le reste de l'horticulteur $H_3$.Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles. La livraison de l'horticulteur $H_1$ comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur $H_2$ n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur $H_3$ seulement 30 %.

**1 .** Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.
On envisage les événements suivants :
- $H_1$ **:** « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $H_1$ »
- $H_2$ **:** « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $H_2$ »
- $H_3$ **:** « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur $H_3$ »
- C : « l'arbre choisi est un conifère »
- F : « l'arbre choisi est un arbre feuillu »

**a.** Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
**b.** Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur $H_3$.
**c.** Justifier que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
**d.** L'arbre choisi est un conifère.
Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur $H_1$ ?On arrondira à $10^{-3}$.

**2 .** On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que le choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

**a.** Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

**b.** Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
On arrondira à $10^{-3}$.

**c.** Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
On arrondira à $10^{-3}$.

**CORRECTION**

**1 .a.** L'énoncé précise :

$P(H_1)=0{,}35\,;P(H_2)=0{,}25$

$P_{H_1}(C)=0{,}8\,;P_{H_2}(C)=0{,}5\,;P_{H_3}(C)=0{,}3$

donc

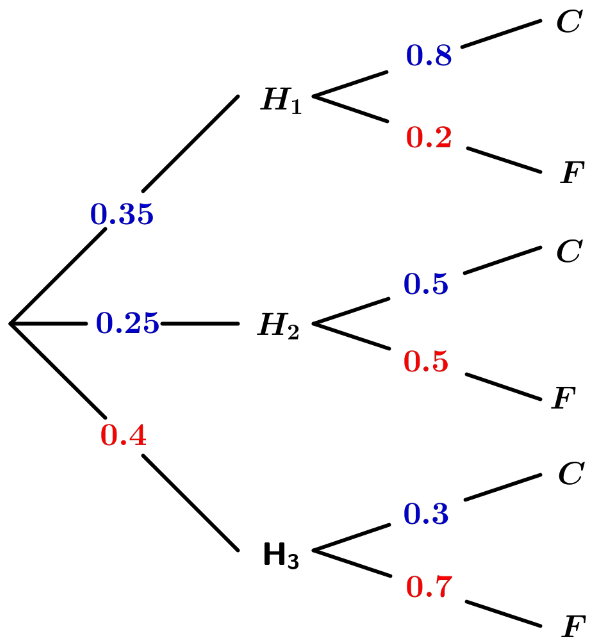
$P(H_3)=1-0{,}35-0{,}25=0{,}4$

$P_{H_1}(F)=1-P_{H_1}(C)=1-0{,}8=0{,}2$

$P_{H_2}(F)=1-P_{H_2}(C)=1-0{,}5=0{,}5$

$P_{H_3}(F)=1-P_{H_3}(C)=1-0{,}3=0{,}7$

On obtient l'arbre pondéré :




**b.** On nous demande : $P(H_3\cap C)$

$$P(H_3\cap C)=P(H_3)\times P_{H_3}(C)=0{,}4\times 0{,}3=0{,}12$$

**c.** En utilisant la formule des probabilités totales ou l'arbre pondéré, on obtient :

$$P(C)=P(H_1\cap C)+P(H_2\cap C)+P(H_3\cap C)$$
$$P(C)=0{,}35\times 0{,}8+0{,}25\times 0{,}5+0{,}4\times 0{,}3=0{,}28+0{,}125+0{,}12=0{,}525$$

**d.** On nous demande : $P_C(H_1)$

$$P_C(H_1)=\frac{P(H_1\cap C)}{P(C)}=\frac{0{,}28}{0{,}525}\simeq 0{,}533$$

**2 .a.** Epreuve de Bernoulli

On choisit au hasard un arbre dans le stock

Succès : C on a choisi un conifère, la probabilité de succès est p=0,525

Echec : F on a choisi un feuillu, la probabilité de l'échec est q=1- p=1- 0,525=0,475

Les tirages étant assimilés à des tirages avec remise, et on effectue 10 tirages,
on obtient un schéma de Bernoulli de paramètres n=10 et p=0,525.
X est la variable aléatoire égale au nombre de succès en 10 épreuves donc X suit
la loi binomiale de paramètres n=10 et p=0,525.

**b.** $P(X=5) = \binom{10}{5} 0{,}525^5 \times 0{,}475^5 \simeq 0{,}241$

**c.** $P(X \leqslant 8) = 1 - P(X=10) - P(X=9) \simeq 0{,}982$