Exercice 1 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples comportant quatre questions indépendantes. Pour chaque question, une seule des quatre affirmations proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à l'affirmation exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Dans l'espace, rapporté au repère orthonormal, on considère les points A(1 ;-1 ;-1), B(1;1;1), C(0;3;1) et le plan $\mathscr{P}$ d'équation : $2x+y-z+5=0$.

Question 1

Soit $\mathscr{D}_1$ la droite de vecteur directeur $\vec{u}$ (2 ;-1;1) et passant par A.
Une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}_1$ est :

a. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$ (t$\in\mathbb{R}$) **b.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$ (t$\in\mathbb{R}$)

c. $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-3-2t \\ z=1+2t \end{cases}$ (t$\in\mathbb{R}$) **d.** $\begin{cases} x=4-2t \\ y=-2+t \\ z=3-4t \end{cases}$ (t$\in\mathbb{R}$)

Question 2

Soit $\mathscr{D}_2$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2-2t \end{cases}$ (t$\in\mathbb{R}$)

a. La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ ne sont pas sécants.

b. La droite $\mathscr{D}_2$ est incluse dans le plan $\mathscr{P}$.

c. La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ se coupent au point E$\left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

d. La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ se coupent au point F$\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};\frac{22}{3}\right)$

Question 3

a. L'intersection du plan $\mathscr{P}$ et du plan (ABC) est réduite à un point.

b. Le plan $\mathscr{P}$ et le plan (ABC) sont confondus.

c. Le plan $\mathscr{P}$ coupe le plan (ABC) selon une droite.

d. Le plan $\mathscr{P}$ et le plan (ABC) sont strictement parallèles.

Question 4

Une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au dixième de degré est égale à :

a. 22,2° **b.** 0,4° **c.** 67,8° **d.** 1,2°

Correction :

Question 1 <u>Réponse c</u> (*Justifications non demandées)*

$\mathscr{D}_1$ est la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ et passant par le point A.

a. Un vecteur directeur de la droite de représentation paramétrique **a.** est : $\vec{v_a}\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}$.

$\vec{v_a}$ n'est pas colinéaire à $\vec{u}$ donc la réponse **a.** est <u>fausse</u>.

b. $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite de représentation paramétrique **b.** on regarde alors si le point A appartient à cette droite.

$$\begin{cases}1=-1+2t\\-1=1-t\\-1=1+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=2\\t=-2\end{cases}$$

donc A n'appartient pas à cette droite et la réponse **b.** est <u>fausse</u>.

c. Un vecteur directeur de la droite de représentation paramétrique **c.** est : $\vec{v_c}\begin{pmatrix}4\\-2\\2\end{pmatrix}$

On a $\vec{v_c}=2\vec{u}$, on regarde alors si le point A appartient à cette droite.

$$\begin{cases}1=5+4t\\-1=-3-2t\\-1=1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}\Leftrightarrow\{t=-1$$

Le point <u>A appartient à cette droite</u> et la réponse **c.** est <u>vraie</u>.

d. Un vecteur directeur de la droite de représentation paramétrique **d.** est $\vec{v_d}\begin{pmatrix}-2\\1\\4\end{pmatrix}$.

$\vec{v_d}$ n'est pas colinéaire à $\vec{u}$ donc la réponse **d.** est <u>fausse</u>.

Question 2 <u>Réponse c</u> (*Justifications non demandées)*

On détermine l'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite $\mathscr{D}_2$, on considère le système : $\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2-2t\\2x+y-z+5=0\end{cases}$

On obtient :

$2(1+t)+(-3-t)-(2-2t)+5=0$

$2+2t-3-t-2+2t=0$

$3t+2=0$

$\boxed{t=-\frac{2}{3}}$

$x=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, $y=-3+\frac{2}{3}=-\frac{7}{3}$, $z=2+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$

Donc, $\mathscr{D}_2$ et $\mathscr{P}$ sont sécants en $\boxed{E\left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)}$ et la réponse **c.** est vraie.

Question 3 Réponse d (*Justifications non demandées)*

La réponse **a.** est fausse car l'intersection de deux plans n'est jamais réduite à un point.

On vérifie que les points A,B et C ne sont pas alignés

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les trois points A, B et C ne sont pas alignés.

$\vec{N}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$.

$\vec{N}\cdot\overrightarrow{AB}=2\times0+1\times2+(-1)\times2=0$

$\vec{N}\cdot\overrightarrow{AC}=2\times(-1)+1\times4+(-1)\times2=0$

Donc, $\vec{N}$ est aussi un vecteur normal de (ABC).

Les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont parallèles.

$A(1;1;1)$

$2\times1+1\times(-1)+(-1)\times(-1)+5=7\neq0$

Le point A n'appartient pas à $\mathscr{P}$ donc les deux plans sont strictement parallèles et la réponse **d.** est vraie.

Question 4 Réponse a (*Justifications non demandées)*

Le repère est orthonormal.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$ $\quad\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix}$

$AB^2=2^2+2^2=8$

AB= $\boxed{2\sqrt{2}}$

$AC^2=1^2+4^2+2^2=21$

AC= $\boxed{\sqrt{21}}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\quad 0\times(-1)+2\times4+2\times2=12$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\widehat{BAC}$

on obtient :

$\cos\widehat{BAC}=\frac{12}{AB\times AC}=\frac{12}{2\sqrt{42}}$

La calculatrice donne $\cos\widehat{BAC}\simeq0{,}92592$ et $\widehat{BAC}\simeq22{,}2^\circ$.

La réponse **a.** est vraie.