

Exercice 1**4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples comprenant quatre questions indépendantes. Pour chaque question, une seule des quatre affirmations proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à l'affirmation exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1

Dans un hypermarché, 75 % des clients sont des femmes. Une femme sur cinq achète un article au rayon bricolage, alors que sept hommes sur dix le font. Une personne, choisie au hasard, a fait un achat au rayon bricolage, la probabilité que cette personne soit une femme a pour valeur arrondie au millième :

- a. 0,750 b. 0,150 c. 0,462 d. 0,700

Question 2

Dans cet hypermarché, un modèle d'ordinateur est en promotion. Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'un client s'intéresse à ce modèle, la probabilité qu'il achète est égale à 0,3. On considère un échantillon aléatoire de dix clients qui se sont intéressés à ce modèle. La probabilité qu'exactly trois d'entre eux aient acheté un ordinateur de ce modèle a pour valeur arrondie au millième :

- a. 0,900 b. 0,092 c. 0,002 d. 0,267

Question 3

Cet hypermarché vend des téléviseurs dont la durée de vie, exprimée en année, peut être modélisée par une variable aléatoire réelle qui suit une loi exponentielle de paramètre λ . La durée de vie moyenne d'un téléviseur est de huit ans, ce qui se traduit par $\lambda = \frac{1}{8}$. La probabilité qu'un téléviseur pris au hasard fonctionne encore au bout de six ans a pour valeur arrondie au millième :

- a. 0,750 b. 0,250 c. 0,472 d. 0,528

Question 4

Cet hypermarché vend des baguettes de pain dont la masse, exprimée en gramme, est une variable aléatoire réelle qui suit une loi normale de moyenne 200g. La probabilité que la masse d'une baguette soit comprise entre 184g et 216g est égale à 0,954. La probabilité qu'une baguette prise au hasard ait une masse inférieure à 192g a pour valeur arrondie au centième :

- a. 0,16 b. 0,32 c. 0,84 d. 0,48

Correction :
QUESTION 1 Réponse c (Justifications non demandées)

On note F l'événement : « La personne choisie au hasard, est une femme »

L'énoncé précise que $P(F)=0,75$.

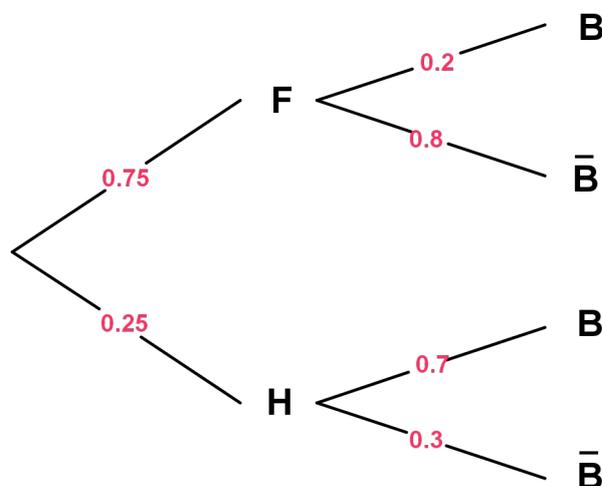
On note H l'événement contraire et $P(H)=0,25$.

On note B l'événement : « La personne fait un achat au rayon bricolage »

L'énoncé précise : $P_F(B)=\frac{1}{5}=0,2$ donc $P_F(\bar{B})=0,8$

On a aussi $P_H(B)=\frac{7}{10}=0,7$ donc $P_H(\bar{B})=0,3$

On obtient l'arbre pondéré suivant :



On nous demande de déterminer : $P_B(F)$

$$P_B(F) = \frac{P(F \cap B)}{P(B)}$$

En utilisant l'arbre pondéré on obtient :

$$P(B) = P(F) \times P_F(B) + P(H) \times P_H(B) = 0,75 \times 0,2 + 0,25 \times 0,7 = 0,15 + 0,175 = 0,325$$

$$P(B \cap F) = P(F) \times P_F(B) = 0,75 \times 0,2 = 0,15$$

$$P_B(F) = \frac{0,15}{0,325} = \frac{150}{325} \approx 0,462$$

Question 2 Réponse d (Justifications non demandées)

On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

Succès S « Le client intéressé, par le modèle, achète l'ordinateur » $P(S)=0,3$

Échec \bar{S} « Le client intéressé, par le modèle, n'achète pas l'ordinateur » $P(\bar{S})=0,7$

On suppose que le nombre de clients de l'hypermarché, intéressé par le modèle, est important et que l'on puisse considérer le choix de l'échantillon aléatoire de dix clients intéressés, par le modèle, comme un tirage avec remise de dix clients, c'est à dire que l'on effectue dix tirages indépendants.

Donc la loi de probabilité, de la variable aléatoire X égale au nombre de succès en dix épreuves, est **la loi binomiale** de paramètres $n=10$ et $p=0,3$.

On veut exactement 3 succès.

$$P(X=3) = \binom{10}{3} 0,3^3 \times 0,7^7 \approx 0,267$$

(remarque : $\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 120$)

Question 3 **Réponse c** (Justifications non demandées)

On note X cette variable aléatoire. x est un nombre réel positif ou nul.

$$P(X \leq x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = \int_0^x \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{8}t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{8} e^{-\frac{1}{8}t} \quad F(t) = -e^{-\frac{1}{8}t}$$

F est **une primitive** de f sur $[0; +\infty[$.

$$P(X \leq x) = F(x) - F(0) = -e^{-\frac{1}{8}x} + e^0 = 1 - e^{-\frac{1}{8}x}$$

$$P(X > x) = 1 - P(X \leq x) = e^{-\frac{1}{8}x}$$

donc pour $x=6$, $P(X > 6) = e^{-\frac{6}{8}} = e^{-\frac{3}{4}} \approx \mathbf{0,472}$

Question 4 **Réponse a** (Justifications non demandées)

On note X cette variable aléatoire ;

Rappel : si X suit la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ alors $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$

Ici nous avons : $P(184 \leq X \leq 216) = 0,954$

soit $P(200 - 2 \times 8 \leq X \leq 200 + 2 \times 8) = 0,954$

200 est la moyenne de X donc $\sigma = 8$

Nous savons que $P(200 - \sigma \leq X \leq 200 + \sigma) = 0,68$

donc $P(X \leq 200 - \sigma) = \frac{1}{2} (1 - 0,68) = 0,16$

pour l'exemple $P(X \leq 192) = P(X \leq 200 - 8) = \mathbf{0,16}$