## Exercice 2 — 4 points

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse erronée ou une absence de réponse n'enlève pas de point on notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondante à la proposition choisie.*

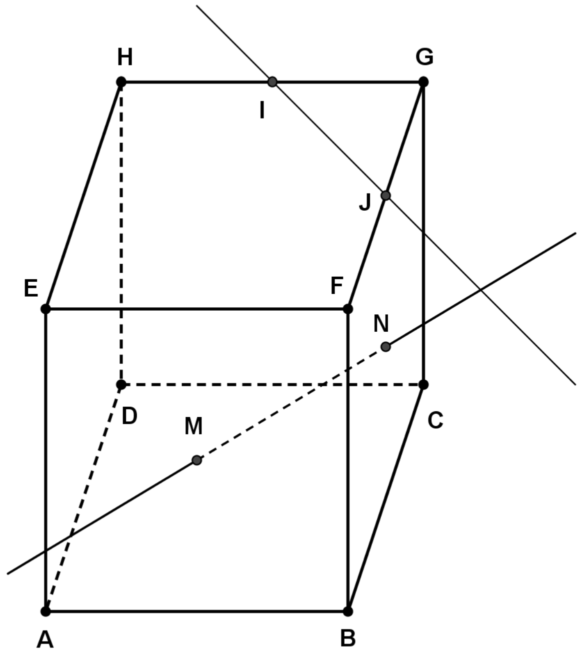
**1.** Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(2;5;-1)$, $B(3;2;1)$ et $C(1;3;-2)$. Le triangle ABC est :
**a.** rectangle et non isocèle
**b.** isocèle et non rectangle
**c.** rectangle et isocèle
**d.** équilatéral

**2.** Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan P d'équation $2x-y+3z-1=0$ et le point $A(2;5;-1)$. Une représentation paramétrique de la droite *d*, perpendiculaire au plan P et passant par A est :

**a.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=5+t \\ z=-1+3t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ **b.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+5t \\ z=3-t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ **c.** $\begin{cases} x=6-2t \\ y=3+t \\ z=5-3t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ **d.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=4-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

**3.** Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ est :
**a.** L'ensemble vide
**b.** La médiatrice du segment [AB]
**c.** Le cercle de diamètre [AB]
**d.** La droite (AB)

**4.** La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH. Les points I et J sont les milieux respectifs des arêtes [GH] et [FG]. Les points Met N sont les centres respectifs des faces ABFE et BCGE.



Les droites (IJ) et (MN) sont :
**a.** perpendiculaires
**b.** sécantes et non perpendiculaires
**c.** orthogonales
**d.** parallèles

**Correction :**

**1.** **REPONSE : b** *(Justifications non demandées)*

$\vec{AB}\begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}$ $AB^2=1^2+(-3)^2+2^2=1+9+4=14$

$\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\-2\\-1\end{pmatrix}$ $AC^2=(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2=1+4+1=6$

$\vec{BC}\begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$ $BC^2=(-2)^2+1^2+(-3)^2=4+1+9=14$

$\boxed{AB=BC\neq AC}$ Le triangle ABC n'est pas équilatéral mais est **isocèle de sommet principal B**.

$\boxed{AB^2+BC^2\neq AC^2}$ Le triangle ABC **n'est pas rectangle en B**.

Conclusion

Le triangle ABC est **isocèle et non rectangle**.

**2.** **REPONSE : c** *(Justifications non demandées)*

Le vecteur $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ est **un vecteur normal** au plan P donc un vecteur directeur de $d$.

- $D_a \begin{cases} x=2+2t\\ y=5+t\\ z=-5+3t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ $\vec{V}_a\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$ est **un vecteur directeur** de $D_a$.

$\vec{N}$ et $\vec{V}_a$ **ne sont pas colinéaires** donc $D_a$ est **distincte** de la droite $d$.

- $D_b \begin{cases} x=2+2t\\ y=-1+5t\\ z=3-t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ $\vec{V}_b\begin{pmatrix}2\\5\\-1\end{pmatrix}$ est **un vecteur directeur** de $D_b$.

$\vec{N}$ et $\vec{V}_b$ **ne sont pas colinéaires** donc $D_b$ est **distincte** de la droite $d$.

- $D_c \begin{cases} x=6-2t\\ y=3+t\\ z=5-3t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ $\vec{V}_c\begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$ est **un vecteur directeur** de $D_c$.

$\vec{V}_c=-\vec{N}$ donc $d$ et $D_c$ sont **parallèles**.

Le point $A(2;5;-1)$ appartient-il à $D_c$ ?

$$\begin{cases}2=6-2t\\5=3+t\\-1=5-3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=2\\t=2\end{cases}\Leftrightarrow\{t=2$$

A **appartient** à $D_c$ et $D_c=d$

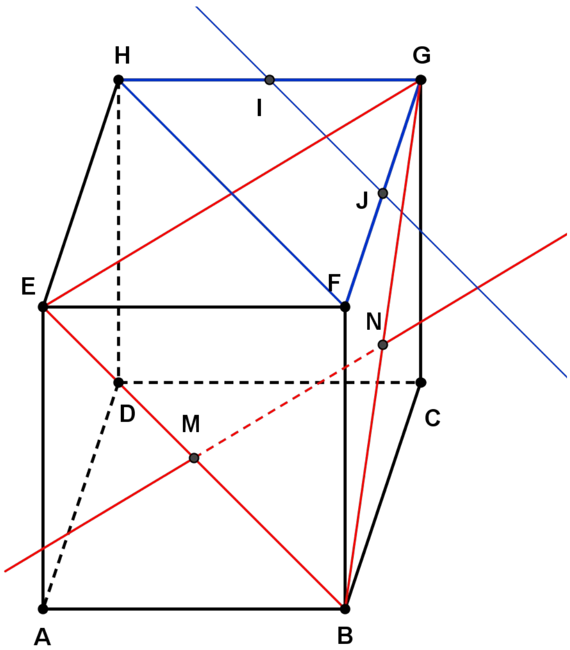
**R**emarque :
On peut vérifier que $D_d$ est **parallèle** à $d$ mais que A **n'appartient pas** à $D_d$ .

**3.** **REPONSE : c** *(Justifications non demandées)*

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow$ ( $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont **orthogonaux**) $\Leftrightarrow$ (le triangle **MAB est rectangle en M** éventuellement aplati) $\Leftrightarrow$ (M **appartient au cercle de diamètre [AB]**).

**4.** **REPONSE : c** *(Justifications non demandées)*

. Remarque préliminaire
Deux droites perpendiculaires sont deux droites orthogonales et sécantes (les deux droites sont coplanaires).
Deux droites sont orthogonales si et seulement si leurs vecteurs directeurs sont orthogonaux (deux droites orthogonales ne sont pas nécessairement coplanaires).
.




. On considère le plan (BGE).
La droite (MN) est contenue dans le plan (BGE), M est le milieu de [EB] et N est le milieu de [BG] donc **(MN) est parallèle à (GE)**.

. On considère le plan (HGF) (c'est à dire le plan contenant la face EFGH).
I est le milieu de [HG] et J est le milieu de [GF] donc **(IJ) est parallèle à (HF)**.

. EFGH est un carré donc ses diagonales sont **orthogonales**.

Conséquence :
**Les droites (MN) et (IJ) sont orthogonales**.
Les plans (BEG) et (HGF) sont sécants (car B n'appartient pas au plan (HGF)) et **les droites (MN) et (IJ) ne sont pas colinéaires donc ne sont pas perpendiculaires**.