Exercice 2 — 4 points

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Dans les questions 1 et 2, on munit l'espace d'un repère orthonormé, et on considère les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ d'équations respectives : $x+y+z-5=0$ et $7x-2y+z-2=0$.

1. Affirmation 1 : Les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont perpendiculaires.

2. Affirmation 2 : Les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ se coupent suivant la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t+1 \\ z = -2t+4 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

3. Un joueur de jeux vidéo en ligne adopte toujours la même stratégie. Sur les 312 premières parties jouées, il en gagne 223. On assimile les parties jouées à un échantillon aléatoire de taille 312 dans l'ensemble des parties. On souhaite estimer la proportion de parties que va gagner le joueur, sur les prochaines parties, qu'il jouera, tout en conservant la même stratégie.

Affirmation 3 : au niveau de confiance de 95 % la proportion de parties gagnées doit appartenir à l'intervalle $[0{,}658\,;0{,}771]$.

4. On considère l'algorithme suivant :

Variables :
a et b sont deux nombres réels tels que a < b
x est un nombre réel
f est une fonction définie sur l'intervalle $[a\,;b]$

Traitement :
Lire a et b
Tant que b – a > 0,3
x prend la valeur $\dfrac{a+b}{2}$
  Si f(x)f(a) > 0 alors a prend la valeur x
  Sinon b prend la valeur x
  Fin Si
Fin Tant que
Afficher $\dfrac{a+b}{2}$

Affirmation 4 : si l'on entre a=1, b=2 et f(x)= x^2 -3, alors l'algorithme affiche en sortie le nombre 1,6875.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Correction :

1. Affirmation 1 : FAUSSE

Justification

$\vec{N_1}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}_1$ et $\vec{N_2}\begin{pmatrix}7\\-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}_2$.

$\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont perpendiculaires si et seulement si $\vec{N_1}$ et $\vec{N_2}$ sont orthogonaux.

$\vec{N_1}\cdot\vec{N_2}=1\times7+1\times(-2)+1\times1=6\neq0$

donc $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas perpendiculaires.

2. Affirmation 2 : VRAIE

Justification

$\vec{N_1}$ et $\vec{N_2}$ ne sont pas colinéaires donc les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants. Leur intersection est une droite.

La droite de représentation paramétrique $\begin{cases}x=t\\y=2t+1\\z=-3t+4\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ est la droite (AB) avec $A(0:1;4)$ pour t=0 et $B(1;3;1)$ pour t=1.

Pour $A(0;1;4)$ $\quad 0+1+4-5=0$

$0\times7-2+4-2=0$

donc A appartient à $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.

Pour $B(1;3;1)$ $\quad 1+3+1-5=0$

$7-6+1-2=0$

donc B appartient à $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$

Conclusion

La droite d'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ est la droite (AB).

3. Affirmation 3 : VRAIE

Justification

La proportion de parties gagnées dans l'échantillon de 312 parties est : $p=\frac{223}{312}=0{,}7147$.

Pour tout autre échantillon de 312 parties dans l'ensemble des parties

n=312≥30 ; np≥5 et n(1-p)≥5 donc la proportion de gagner une partie, au seuil de 95 % de confiance, doit appartenir à l'intervalle de confiance :

$\left[0{,}7147-\frac{1}{\sqrt{312}};0{,}7147+\frac{1}{\sqrt{312}}\right]$ on obtient $\boxed{[0{,}658;0{,}721]}$

4. Affirmation 4 : FAUSSE

Justification

a=1 et b=2

test : b-a=1>0,3

$x=\frac{1+2}{2}=1{,}5$

$f(1)=-2<0$ et $f(1{,}5)=-0{,}75<0$

$f(x)\times f(a)=f(1{,}5)\times f(1)>0$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

donc a=1,5 et (b = 2)
test : b-a=0,5>0,3
$x=\frac{1,5+2}{2}=1,75$
$f(1,75)=0,0625>0$ et $f(1,5)=-0,75<0$
$f(x)\times f(a)=f(1,75)\times f(1,5)<0$
donc (a=1,5) et b=1,75
test : b–a=0,25<0,3
on affiche : $\frac{a+b}{2}=\frac{1,5+1}{2}=1,625$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés