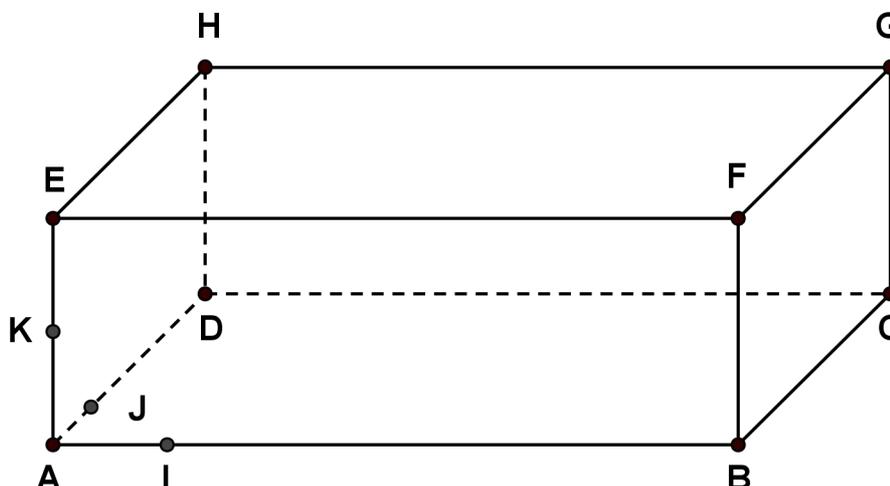


Exercice 1
3 points

On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous pour lequel $AB=6$, $AD=4$ et $AE=2$.

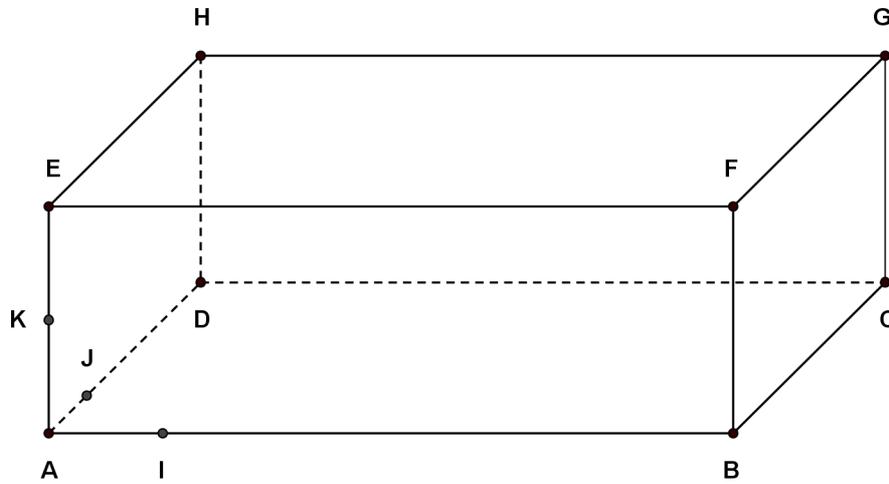
I, J et K sont les points tels que : $\vec{AI} = \frac{1}{6}\vec{AB}$, $\vec{AJ} = \frac{1}{4}\vec{AD}$ et $\vec{AK} = \frac{1}{2}\vec{AE}$.



On se place dans le repère orthonormé $(A; \vec{AI}; \vec{AJ}; \vec{AK})$.

1. Vérifier que le vecteur \vec{n} de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan (IJG).
2. Déterminer une équation du plan (IJG).
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L du plan (IJG) et de la droite (BF).
4. Tracer la section du pavé ABCDEFGH par le plan (IJG). Ce tracé sera réalisé sur la figure donnée en **annexe (à rendre avec la copie)**. On ne demande pas de justification.

ANNEXE
(à rendre avec la copie)



Correction :

1. $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$ est **un vecteur normal** au plan (IJG) si et seulement si \vec{n} est **orthogonal à deux vecteurs non colinéaires** du plan (IJG).

$$I(1;0;0) \quad J(0;1;0) \quad G(6;4;2)$$

$$\vec{IJ} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{IG} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs \vec{IJ} et \vec{IG} sont **deux vecteurs non colinéaires** du plan (IJG).

$$\vec{n} \cdot \vec{IJ} = 2 \times (-1) + 2 \times 1 - 9 \times 0 = \mathbf{0}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{IG} = 2 \times 5 + 2 \times 4 - 9 \times 2 = \mathbf{0}$$

Conclusion

\vec{n} est **un vecteur normal** au plan (IJG).

2. $M(x; y; z) \quad \vec{IM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$

M **appartient au plan** (IJG) si et seulement si $\vec{IM} \cdot \vec{n} = \mathbf{0}$

$$\vec{IM} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow (x-1) \times 2 + y \times 2 + z \times (-9) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - 9z - 2 = 0$$

$$\boxed{(IJG): 2x + 2y - 9z - 2 = 0}$$

3. (BF) est **la droite passant** par B(6;0;0) et **de vecteur directeur** $\vec{BK} = 2\vec{AK} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, on obtient pour

$$\text{représentation paramétrique } \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Pour déterminer les coordonnées du point L, intersection de la droite (BF) et du plan (IJG), on considère le système :

$$\begin{cases} 2x + 2y - 9z - 2 = 0 \\ x = 6 \\ y = 0 \\ z = 2t \end{cases}$$

$$\text{On obtient : } 2 \times 6 + 2 \times 0 - 9 \times 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow 10 - 18t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$x = 6 \quad y = 0 \quad \text{et} \quad z = \frac{10}{9}$$

$$\boxed{L \left(6; 0; \frac{10}{9} \right)}$$

4. On propose une construction de la section du pavé ABCDEFGH par le plan (IJG). (On peut vérifier le parallélisme des segments appartenant à deux faces opposées).

