

Exercice 3**3 points**

Dans un pays, la taille en centimètres des femmes de 18 à 65 ans peut être modélisée par une variable aléatoire X_1 suivant la loi normale d'espérance $\mu_1 = 165$ cm et d'écart-type $\sigma_1 = 6$ cm et celle des hommes de 18 à 65 ans, par une variable aléatoire X_2 suivant la loi normale d'espérance $\mu_2 = 175$ cm et d'écart-type $\sigma_2 = 11$ cm. Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. Quelle est la probabilité qu'une femme choisie au hasard dans ce pays mesure entre 1,53 mètre et 1,77 mètre ?

2.a. Déterminer la probabilité qu'un homme choisi au hasard dans ce pays mesure plus de 1,70 mètre.

b. De plus, on sait que dans ce pays les femmes représentent 52 % de la population des personnes dont l'âge est compris entre 18 et 65 ans. On choisit au hasard une personne qui a entre 18 et 65 ans. Elle mesure plus de 1,70 mètre. Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme ?

Correction :

1. La taille en centimètres des femmes de 18 à 65 ans peut être modélisée par la variable aléatoire X_1 suivant la loi normale d'espérance $\mu_1 = 165$ cm et d'écart-type $\sigma_1 = 6$ cm.

Donc **la probabilité qu'une femme choisie au hasard dans ce pays mesure entre 153 cm et 177 cm** est :
 $P(153 \leq X_1 \leq 177) = P(165 - 2 \times 6 \leq X_1 \leq 165 + 2 \times 6)$

donc $P(153 \leq X_1 \leq 177) = P(\mu_1 - 2\sigma_1 \leq X_1 \leq \mu_1 + 2\sigma_1) = \mathbf{0,95}$.

(On peut retrouver ce résultat en utilisant la calculatrice).

2.a. La taille en centimètres des hommes de 18 à 65 ans peut être modélisée par la variable aléatoire X_2 suivant la loi normale d'espérance $\mu_2 = 175$ cm et d'écart-type $\sigma_2 = 11$ cm.

La probabilité qu'un homme choisi au hasard dans ce pays mesure plus de 170 cm est égale à :
 $P(170 \leq X_2)$.

En utilisant la calculatrice on obtient : $P(170 \leq X_2) = \mathbf{0,68}$.

b. On choisit au hasard une personne entre 18 et 65 ans.

On note T l'événement : « la personne a une taille supérieure ou égale à 170 cm »

On note H l'événement : « la personne est un homme ».

F l'événement : « la personne est une femme »

$$\overline{H} = F$$

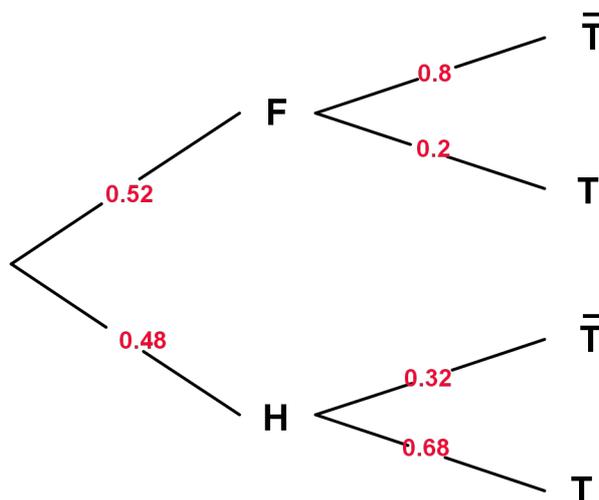
Dans ce pays, les femmes représentent 52 % de la population des personnes dont l'âge est compris entre 18 à 65 ans donc $P(F) = \mathbf{0,52}$ et $P(H) = 1 - 0,52 = \mathbf{0,48}$

Nous avons vu que $P_H(T) = 0,68$, donc $P_H(\overline{T}) = \mathbf{0,32}$

$$P_F(T) = P(170 \leq X_1)$$

En utilisant la calculatrice on obtient $P_F(T) = \mathbf{0,2}$ donc $P_F(\overline{T}) = 1 - 0,2 = \mathbf{0,8}$

On construit l'arbre pondéré suivant :



On nous demande de calculer $P_T(F)$.

$$P_T(F) = \frac{P(F \cap T)}{P(T)}$$

En utilisant **l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales** :

$$P(T) = P(F \cap T) + P(H \cap T) = 0,52 \times 0,2 + 0,48 \times 0,68 = 0,4304$$

$$P(F \cap T) = 0,52 \times 0,2 = 0,104$$

$$P_T(F) = \frac{0,104}{0,4304} = \mathbf{0,24}$$