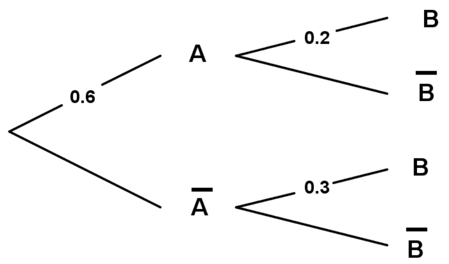
Exercice 1 *5 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Question 1
On considère l'arbre de probabilités ci-dessous :



Quelle est la probabilité de l'événement B ?
a. 0,12 **b.** 0,2 **c.** 0,24 **d.** 0,5

Question 2
Le césium 137 est un élément radioactif qui constitue une des principales sources de radioactivité des déchets des réacteurs nucléaires. Le temps T, en années, durant lequel un atome de césium 137 reste radioactif peut être assimilé à une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda=\frac{\ln 2}{30}$.

Quelle est la probabilité qu'un atome de césium 137 reste radioactif durant au moins 60 ans ?
a. 0,125 **b.** 0,25 **c.** 0,75 **d.** 0,875

Question 3
Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu=110$ et d'écart-type $\sigma=25$.

Quelle est la valeur arrondie au millimètre de la probabilité $P(X\geqslant 135)$?
a. 0,159 **b.** 0,317 **c.** 0,683 **d.** 0,841

Question 4
On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 100 fois de suite.

Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'apparition de la face pile de cette pièce ?
a. $[0,371;0,637]$ **b.** $[0,480;0,523]$ **c.** $[0,402;0,598]$ **d.** $[0,412:0,695]$

Question 5
Une entreprise souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes de plus de 60 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95 % avec un intervalle d'amplitude inférieure à 0,05. Quel est le nombre minimum de clients à enregistrer ?
a. 400 b. 800 c. 1600 d. 3200

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Correction :

Question1 **Réponse c**

Justifications non demandées
En utilisant **l'arbre pondéré** ou la **formule des probabilités totales** :
$P(B)=P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)$
$P(B)=P(A)\times P_A(B)+P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(B)$
On a $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0,6=0,4$
$P(B)=0,6\times 0,2+0,4\times 0,3=0,12+0,12$ =**0,24**

Question 2 **Réponse b**

Justifications non demandées
$P(T\leq 60)=\int_0^{60}\lambda e^{-\lambda t}\,dt$

$f(t)=e^{-\lambda t}$ f est **la fonction de densité de probabilité**.
$F(t)=-e^{-\lambda t}$ F est **une primitive de f** sur $[0;+\infty[$.

$P(T\leq 60)=F(60)-F(0)=e^{-60\lambda}-e^0$
$P(T\leq 60)=1-e^{-60\times\frac{\ln 2}{30}}=1-e^{-2\ln 2}=1-e^{\ln\frac{1}{4}}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0,75$
$P(60)\geqslant T=1-0,75$ =**0,25**

Question 3 **Réponse a**

Justifications non demandées
Si X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$ alors $P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)=0,683$
Pour l'exemple : $P(90\leqslant X\leqslant 135)=0,683$
et $P(X\geqslant 135)=\frac{1}{2}(1-P(90\leqslant X\leqslant 135))=\frac{1}{2}(1-0683)=\frac{1}{2}\times 0,317$ =**0,159** à 10^{-3} près

Question 4 **Réponse c**

Justifications non demandées
La pièce est bien équilibrée donc la probabilité d'avoir pile pour un lancer est égale à 0,5 (soit la fréquence d'apparition de la face pile est : 0,5).
$100\geqslant 30$ et $np=100\times 0,5=50\geqslant 5$ et $n(1-p)=50\geqslant 5$
donc **un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %** est :
$I_{100}=\left[0,5-1,96\times\sqrt{\frac{0,5\times 0,5}{100}};0,5+1,96\times\sqrt{\frac{0,5\times 0,5}{100}}\right]$
or $1,96\times\sqrt{\frac{0,5\times 0,5}{100}}=1,96\times\frac{0,5}{10}=1,96\times 0,05=0,098$
$I_{100}=[0,5-0,098;0,5+0,098]=[0,402;0,598]$ =**[0,402;0,598]**

Copyright © meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Question 5 Réponse c

Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % est de la forme : $I=\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}};p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$

Son amplitude est : $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

on veut : $\frac{2}{\sqrt{n}}\leqslant 0,05\Leftrightarrow\frac{2}{0,05}\leqslant\sqrt{n}\Leftrightarrow 40\leqslant\sqrt{n}\Leftrightarrow 1600\leqslant n$

Car la fonction carré est croissante sur $[0;+\infty[$

Donc la réponse est la réponse c.

Copyright © meilleurenmaths.com. Tous droits réservés