

Algorithme 5 Centres Etrangers juin 2017 exercice 4 non spécialité

1. Compléments

On veut justifier la limite de la suite (r_n) .

La fonction sinus est dérivable en 0 et $\sin'(0)=\cos(0)=1$, donc $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sin(0)}{x - 0} = 1$.

On obtient : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.

Pour tout nombre réel x de $]0; \pi[$ $f(x) = \frac{x}{\sin(x)}$, conséquence : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2\pi}{n} = 0 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2\pi}{n}\right) = 1$$

$$f\left(\frac{2\pi}{n}\right) = \frac{n}{2\pi} \times \frac{1}{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}$$

$$r_n^2 = \frac{2}{n \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)} = \frac{1}{\pi} \times f\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n^2 = \frac{1}{\pi} \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,5641895835 \dots$$

Dans l'algorithme suivant on choisit une valeur strictement supérieure à $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ ici 0,58.

2. Algorithme

Variables :	n est un nombre entier
Traitement :	n prend la valeur 4 Tant que $\sqrt{\frac{2}{n \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}} > 0,58$ faire n prend la valeur n+1 Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

3. Programmation en Python

```
print('Début de programme')
from math import *
n=4
while (sqrt(2/(n*sin(2*pi/n)))>0.58):
    n=n+1
print("n="+str(n))
print('Fin de programme')
```

4. Exécution du programme

```
Début de programme
n=4
Fin de programme
... |
```