Exercice 1 4 points

Sofia souhaite se rendre au cinéma. Elle peut y aller à vélo ou en bus.

Partie A : En utilisant le bus

On suppose dans cette partie que Sofia utilise le bus pour ce rendre au cinéma.
La durée du trajet entre son domicile et le cinéma (exprimée en minutes) est modélisée par la variable aléatoire T_B qui suit la loi uniforme sur [12;15].

1. Démontrer que la probabilité que Sofia mette entre 12 et 14 minutes est $\frac{2}{3}$.

2. Donner la durée moyenne du trajet.

Partie B : En utilisant un vélo

On suppose à présent que Sofia choisit d'utiliser son vélo.
La durée du parcours (exprimée en minutes) est modélisée par la variable aléatoire T_V qui suit la loi normale d'espérance $\mu=14$ et d'écart-type $\sigma=1,5$.

1. Quelle est la probabilité que Sofia mette moins de 14 minutes pour se rendre au cinéma ?
2. Quelle est la probabilité que Sofia mette entre 12 et 14 minutes pour ce rendre au cinéma ?
On arrondira le résultat à 10^{-3}.

Partie C : En jouant aux dés

Sofia hésite entre le bus et le vélo. Elle décide de lancer un dé équilibré à 6 faces.
Si elle obtient 1 ou 2, elle prend le bus, sinon elle prend son vélo. On note :
. B l'événement : « Sofia prend le bus » ;
. V l'événement : « Sofia prend son vélo » ;
. C l'événement : « Sofia met entre 12 et 14 minutes pour se rendre au cinéma ».

1. Démontrer que la probabilité, arrondie à 10^{-2}, que Sofia mette entre 12 et 14 minutes est 0,49.

2. Sachant que Sofia a mis entre 12 et 14 minutes pour se rendre au cinéma, quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-2}, qu'elle ait emprunté le bus ?

CORRECTION

Partie A : En utilisant le bus

1. T_B suit la loi uniforme sur $[12;15]$

$P(12 \leqslant T_B \leqslant 14)=\frac{14-12}{15-12}=\frac{2}{3}$.

2. La durée moyenne du trajet est égale à l'espérance mathématique de T_B : $E(T_B)=\frac{12+15}{2}=\frac{27}{2}$ = **13,5.**

Partie B : En utilisant son vélo

T_V suit la loi normale d'espérance $\mu=14$ et d'écart-type $\sigma=1{,}5$.

1. $P(T_V \leqslant 14)=P(T_V \leqslant \mu)$ = **0,5.**

2. En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(12 \leqslant T_V \leqslant 14)$ = **0,409 à** 10^{-3} **près.**

Partie C : En jouant au dés

1. Le dé est équilibré donc la probabilité d'obtenir l'une quelconque des faces est : $\frac{1}{6}$.

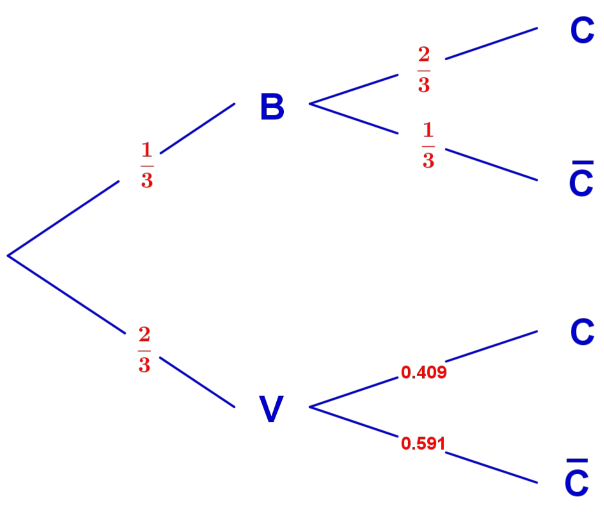
Les faces 1 et 2 font prendre le bus à Sofia et les faces 3;4;5 et 6 font prendre le vélo à Sofia.

Donc $P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ et $P(V)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

La partie A nous donne $P_B(C)=\frac{2}{3}$ donc $P_B(\bar{C})=1-P_B(C)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$.

La partie B nous donne $P_V(C)=0{,}409$ donc $P_V(\bar{C})=1-P_V(C)=1-0{,}409=0{,}591$.

On peut construire l'arbre de probabilités suivant : (non demandé)



En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales, on obtient :

$P(C)=P(B\cap C)+P(V\cap C)=P(B)\times P_B(C)+P(V)\times P_V(C)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times 0{,}409$

P(C) = 0,49 à 10^{-2} **près.**

2. On nous demande calculer : $P_C(B)$

$P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{0{,}49}$ = **0,45 à** 10^{-2} **près.**