## *Exercice 1* *6 points*

Un parc d'attraction propose à son public un tout nouveau grand huit. Pour des raisons de sécurité, son accès n'est autorisé qu'aux personnes dont la taille est supérieure ou égale à 1,40 m et dont l'âge est compris entre 10 et 70 ans.
Des études statistiques sont menées pour évaluer l'affluence et la satisfaction des visiteurs pour ce manège.

*On arrondira, si nécessaire, les probabilités à* $10^{-4}$ .

**1.a.** La taille en centimètres d'un visiteur du parc, choisi au hasard, est modélisée par la variable aléatoire $T$ qui suit la loi normale d'espérance 165 et d'écart-type 20.
Quelle est la probabilité qu'un visiteur ait la taille requise pour accéder à ce grand huit ?

**1.b.** L'âge d'un visiteur du parc, choisi au hasard, est modélisé par la variable aléatoire $X$ qui suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 17.
Quelle la probabilité qu'un visiteur est l'âge requis pour accéder à ce grand huit ?

**1.c.** Les études menées permettent d'établir sue 89 % des visiteurs ont la taille exigée, 87 % ont l'âge requis mais 8 % n'ont ni la taille, ni l'âge obligatoires. Quelle est alors la proportion des visiteurs vérifiant les conditions requises pour essayer la nouvelle attraction ?

**2.** Un sondage est réalisé à la sortie du grand huit et révèle que 25 % des personnes ont attendu moins de 30 minutes avant de pouvoir essayer le manège.
Parmi elles 95 % sont satisfaites de l'attraction.
En revanche, 22 % des personnes ayant attendu plus de 30 minutes ne sont pas satisfaites de l'attraction.
On choisit au hasard un visiteur à sa sortie du grand huit.
On note A l'événement « le visiteur a attendu plus de 30 minutes » et S l'événement « le visiteur est satisfait de l'attraction ».

**2.a.** Montrer que la probabilité qu'un visiteur soit satisfait de l'attraction vaut 0,8225.

**2.b.** Le directeur rencontre un visiteur insatisfait. Quelle est la probabilité que ce visiteur ait attendu moins de 30 minutes ?

**3.** Le directeur est soucieux de savoir si le temps d'attente plus important les jours de grande affluence, remet en cause le taux de satisfaction des visiteurs.
Pour cela, on interroge 200 personnes au hasard à la sortie du grand huit.
Parmi elles, 46 se disent insatisfaites.
Le directeur peut-il être rassuré ?

**CORRECTION**

**1.a.** T est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 165 et d'écart-type 20.
La taille requise pour accéder au grand huit est 1,40 m soit 140 cm.
On nous demande de calculer $P(140 \leqslant T)$, en utilisant la calculatrice, on obtient :
$P(140 \leqslant T)$ **= 0,8944.**

**1.b.** X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 17.
L'âge requis pour accéder au grand huit est compris entre 10 et 70 ans.
On nous demande de calculer $P(10 \leqslant X \leqslant 70)$, en utilisant la calculatrice, on obtient :
$P(10 \leqslant X \leqslant 70)$ **= 0,8710.**

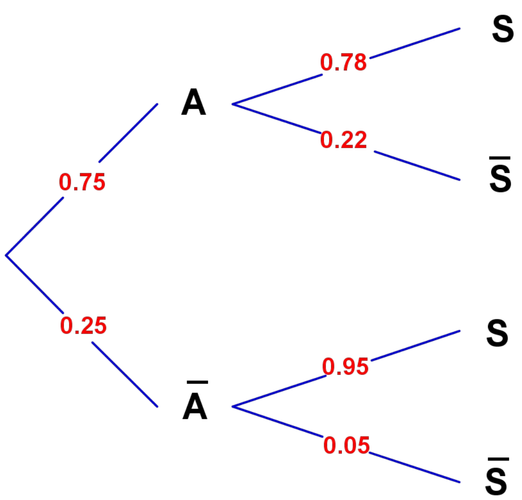
**1.c.** On note :
B l'événement : « le visiteur a la taille requise pour accéder au grand huit » :
C l'événement : « le visiteur a l'âge requis pour accéder au grand huit ».

- 89 % des visiteurs ont la taille exigée pour accéder au grand huit donc :
$P(B)=0{,}89$ et $P(\overline{B})=1-0{,}89=0{,}11$.
- 87 % des visiteurs ont l'âge requis pour accéder pour accéder au grand huit donc :
$P(C)=0{,}87$ et $P(\overline{C})=1-0{,}87=0{,}13$.
- 8 % des visiteurs n'ont ni la taille, ni l'âge obligatoires donc :
$P(\overline{B}\cap\overline{C})=0{,}08$
- La probabilité qu'un visiteur ait la taille et l'âge obligatoires est : $P(B\cap C)$.
Or $P(\overline{B}\cap\overline{C})=P(\overline{B\cup C})$ donc $P(B\cup C)=1-P(\overline{B}\cap\overline{C})=1-0{,}08=0{,}92$
et $P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)$
$P(B\cap C)=P(B)+P(C)-P(B\cup C)=0{,}89+0{,}87-0{,}92=0{,}84$.

Conclusion
**84 % des visiteurs vérifient les conditions requises pour essayer la nouvelle attraction.**

**2.** On note :
A l'événement : « le visiteur a attendu plus de 30 minutes avant d'avoir essayé le manège » ;
S l'événement : « le visiteur est satisfait de l'attraction ».

- 25 % des personnes ont attendu moins de 30 minutes ayant essayé le manège, donc :
$P(\overline{A})=0{,}25$ et P(A)=1-0,25=0,75.
- 95 % des personnes ayant attendu moins de 30 minutes sont satisfaitent de l'attraction, donc :
$P_{\overline{A}}(S)=0{,}95$ et $P_{\overline{A}}(\overline{S})=1-0{,}95=0{,}05$
- 22 % des personnes ayant attendu plus de 30 minutes ne sont pas satisfaits de l'attraction, donc :
$P_A(\overline{S})=0{,}22$ et $P_A(S)=1-0{,}22=0{,}78$.
- On peut représenter la situation par un arbre pondéré



**2.a.** En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales :

$P(S)=P(A)\times P_A(S)+P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(S)=0,75\times 0,78+0,25\times 0,95=0,585+0,2375$ = **0,8225.**

**2.b.** On nous demande de calculer $P_{\bar{S}}(\bar{A})$

$$P_{\bar{S}}(\bar{A})=\frac{P(\bar{S}\cap\bar{A})}{P(\bar{S})}$$

$P(\bar{S})=1-P(S)=1-0,8225=0,1775$

$P(\bar{A}\cap\bar{S})=P(\bar{A})\times P_{\bar{A}}(\bar{S})=0,25\times 0,05=0,0125$

$$P_{\bar{S}}(\bar{A})=\frac{0,0125}{0,1775}=\frac{125}{1775}$$ = **0,0704.**

**3.** Le taux de satisfaction est : p=0,1775.

On détermine un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %

$n=200\geqslant 30 \qquad np=200\times 0,1775=35,5\geqslant 5 \qquad n(1-p)=200\times 0,8225=164,5\geqslant 5$

$$I=\left[p-1,96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}};p+1,96\times\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

$$I=\left[0,1775-1,96\times\sqrt{\frac{0,1775\times 0,8225}{200}};0,1775+1,96\times\sqrt{\frac{0,1775\times 0,8225}{200}}\right]$$

$1,96\times\sqrt{\frac{0,1775\times 0,8225}{200}}=0,0530$ à $10^{-4}$ près

$I=[0,1775-0,053;0,1775+0,053]=[0,1245;0,2305]$ .

La proportion de personnes insatisfaites dans l'échantillon de 200 personnes est : $f=\frac{46}{200}=0,23$ .

$0,23$ appartient à l'intervalle I.

Conclusion

**Avec un risque d'erreur de 5 % le directeur peut-être rassuré.**