

Exercice 1**4 points**

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.
Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

Partie A

Un commerçant reçoit les résultats d'une étude de marché sur les habitudes des consommateurs en France. Selon cette étude :

- 54 % des consommateurs privilégient les produit de fabrication française ;
- 65 % des consommateurs achètent régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique, et parmi eux 72 % privilégient les produit de fabrication française.

On choisit un consommateur au hasard. On considère les événements suivants :

- B : « un consommateur achète régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique » ;
- F : « un consommateur privilégie les produits de fabrication française ».

On note $P(A)$ la probabilité de l'événement A et $P_C(A)$ la probabilité de A sachant C.

1. Justifier que $P(\bar{B} \cap F) = 0,072$.
2. Calculer $P_F(\bar{B})$.
3. On choisit un consommateur n'achetant pas régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique. Quelle est la probabilité qu'il privilégie les produit de fabrication française ?

Partie B

Le commerçant s'intéresse à la quantité en kilogramme de farine biologique vendue chaque mois au détail dans son magasin. Cette quantité est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu=90$ et d'écart-type $\sigma=2$.

1. Au début de chaque mois, le commerçant s'assure d'avoir 95 kg dans son stock.
Quelle est la probabilité qu'il ne puisse pas répondre à la demande des clients durant le mois ?
2. Déterminer une valeur approchée au centième du réel a tel que $P(X < a) = 0,02$.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Dans cette étude de marché, il est précisé que 48,8 % des consommateurs en France privilégient des produits locaux. Le commerçant constate que parmi ses 2500 clients, 1025 achètent régulièrement des produits locaux. Sa clientèle est-elle représentative des consommateurs en France ?

CORRECTION

Partie A

L'énoncé précise :

- 54 % des consommateurs privilégient les produits de fabrication française, donc $P(F)=0,54$ et $P(\bar{F})=1-0,54=0,46$.
- 65 % des consommateurs achètent régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique et parmi eux 72 % privilégient des produits de fabrication française, donc $P(B)=0,65$ et $P(\bar{B})=1-0,65=0,35$
 $P_B(F)=0,72$ et $P_B(\bar{F})=1-0,72=0,28$

1. En utilisant la formule des probabilités totales :

$$P(F)=P(B \cap F)+P(\bar{B} \cap F) \Leftrightarrow P(\bar{B} \cap F)=P(F)-P(B \cap F)$$

$$\text{Or } P(B \cap F)=P(B) \times P_B(F)=0,65 \times 0,72=0,468$$

$$\text{donc } P(\bar{B} \cap F)=0,54-0,468 = \mathbf{0,072}.$$

2. $P(\bar{B} \cap F)=P(F) \times P_F(\bar{B})$

$$\text{Donc } 0,072=0,54 \times P_F(\bar{B}) \Leftrightarrow P_F(\bar{B})=\frac{0,072}{0,54}=\frac{72}{540}=\frac{2}{15} = \mathbf{0,133} \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

3. On nous demande de calculer $P_{\bar{B}}(F)$.

$$P_{\bar{B}}(F) = \frac{P(\bar{B} \cap F)}{P(\bar{B})} = \frac{0,072}{0,35} = \frac{72}{350} = \mathbf{0,206} \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Partie B

1. On nous demande de déterminer $P(95 < X)$.

En utilisant la calculatrice, on obtient :

$$P(95 < X) = \mathbf{0,006}.$$

2. En utilisant la calculatrice, on détermine le réel a tel que $P(X < a) = 0,02$.

On obtient : $a = \mathbf{85,89}$ au centième près.

La probabilité que le commerçant vende une quantité de farine biologique, en un mois, inférieure ou égale à 85,89 kg est 0,98.

Partie C

On considère la fluctuation de la proportion des consommateurs en France privilégiant des produits locaux dans des échantillons de taille 2500.

La proportion donnée est : $p=0,468$.

$$n=2500 \geq 30 \quad np=1170 \geq 5 \quad n(1-p)=1330 \geq 5$$

On détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion étudiée.

$$I = \left[0,468 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,532 \times 0,468}{2500}} ; 0,468 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,532 \times 0,468}{2500}} \right] \quad 1,96 \times \sqrt{\frac{0,532 \times 0,468}{2500}} = 0,020 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$I = [0,448 ; 0,488]$$

La proportion observée dans l'échantillon est : $f = \frac{1025}{2500} = 0,41$.

f n'appartient pas à I .

Conséquence

La clientèle du commerçant n'est pas représentative des consommateurs français, au seuil de 95 %.