Exercice 1 3 points

Les quinze jours précédant la rentrée universitaire, le standard téléphonique d'une mutuelle étudiante enregistre un nombre record d'appels.

Les appelants sont d'abord mis en attente et entende une musique d'ambiance et un message préenregistré.

Lors de cette première phase, le temps d'attente, exprimé en secondes, est modélisé par la variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda=0{,}02\,s^{-1}$.

Les appelants sont ensuite mis en relation avec un chargé de clientèle qui répond à leurs questions.

Le temps d'échange, exprimé en secondes lors de cette deuxième phase est modélisé par la variable aléatoire Y, exprimée en secondes, qui suit la loi normale d'espérance $\mu=96$ et d'écart-type $\sigma=26\,s$.

1. Quelle est la durée moyenne d'un appel au standard téléphonique (temps d'attente et temps d'échange alors le chargé de clientèle ?

2. Un étudiant est choisi au hasard parmi les appelants au standard téléphonique.

2.a. Calculer la probabilité que l'étudiant soit mis en attente plus de 2 minutes.

2.b. Calculer la probabilité pour que le temps d'échange avec le conseiller soit inférieur à 90 secondes.

3. Une étudiante,choisie au hasard parmi les appelants, attend depuis plus d'une minute d'être mise en relation avec le service clientèle . Lasse, elle raccroche et recompose le numéro. Elle espère attendre moins de 30 secondes cette fois-ci.

Le fait de raccrocher puis de rappeler augmente-t-il ses chances de limiter à 30 secondes l'attente supplémentaire ou bien aurait-elle mieux fait de rester en ligne ?

CORRECTION

1. La durée moyenne du temps d'attente est égale à l'espérance mathématique d'une loi exponentielle de paramètre : $\lambda=0{,}02$, soit $\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{0{,}02}=50\,\text{s}$.

Le temps moyen d'échange avec le chargé de clientèle est égal à $\mu=96\,\text{s}$ (espérance de la loi normale).

Conséquence

La durée totale moyenne d'un appel au standard téléphonique est : 50+96= **146s ou 2min26s.**

2.a. La probabilité que l'étudiant soit mis en attente plus de 2 minutes= 120s et $P(X \geqslant 120)$.

$P(\geqslant 120)=1-\int_0^{120} 0{,}02\,e^{-0{,}02\,t}\,dt = 1-(-e^{0{,}02\times120}+e^0)=e^{-2{,}4}$ = **0,091 à** 10^{-3} **près.**

2.b. La probabilité pour que le temps d'échange avec le conseiller soit inférieur à 90 secondes est : $P(Y\leqslant 90)$.

En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(Y\leqslant 90)$ = **0,409 à** 10^{-3} **près.**

3. Le fait de raccrocher puis de rappeler, n'augmente pas les chances de l'étudiante, de limiter à 30 secondes car une loi exponentielle est une loi de durée de vie sans vieillissement c'est à dire :

$P(X\leqslant 30)=P_{(60\leqslant X)}(X\leqslant 60+30)=P_{(60\leqslant X)}(90) = \int_0^{30} 0{,}02\,e^{-0{,}02\,t}\,dt = -e^{-0{,}02\times30}+e^0=1-e^{-6}$.

$P(X\leqslant 30)$ = **0,451 à** 10^{-3} **près.**