

**EXERCICE 1****4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) qui envisage quatre situations relatives à une station de ski.

Les quatre questions sont indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse exacte. **Aucune justification n'est demandée.** Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fautive ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Une étude statistique a établi qu'un client sur quatre pratique le surf.  
Dans une télécabine accueillant 80 clients de la station, la probabilité arrondie au millième qu'il y ait exactement 20 clients pratiquant le surf est :
  - a. 0,560
  - b. 0,25
  - c. 1
  - d. 0,103
  
2. L'épaisseur maximale d'une avalanche, exprimée en centimètre, peut être modélisée par une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale de moyenne  $\mu = 150$  cm et d'écart-type inconnu.  
On sait que  $P(X \geq 200) = 0,025$ . Quelle est la probabilité  $P(X \geq 100)$ .
  - a. On ne peut pas répondre car il manque des éléments dans l'énoncé
  - b. 0,025
  - c. 0,95
  - d. 0,975
  
3. Dans un couloir neigeux, on modélise l'intervalle de temps séparant deux avalanches successives, appelé temps d'occurrence d'une avalanche, exprimée en année, par une variable aléatoire  $T$  qui suit une loi exponentielle.  
On a établi qu'une avalanche se déclenche tous les 5 ans. Ainsi  $E(T) = 5$ .  
La probabilité  $P(T \geq 5)$  est égale à :
  - a. 0,5
  - b.  $1 - e^{-1}$
  - c.  $e^{-1}$
  - d.  $e^{-25}$
  
4. L'office du tourisme souhaite effectuer un sondage pour estimer la proportion de clients satisfaits des prestations offertes dans la station de ski.  
Pour cela, il utilise un intervalle de confiance de longueur 0,04 avec un niveau de confiance de 0,95.  
Le nombre de personnes à interroger est :
  - a. 50
  - b. 2500
  - c. 25
  - d. 625

**CORRECTION**
**1. Réponse : d 0,103**

*justification non demandée*

La probabilité qu'un client choisi au hasard pratique le surf est :  $\frac{1}{4}=0,25$

On peut supposer que les 80 clients de la cabine sont choisis au hasard est de manière indépendante.

Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de clients de la cabine pratiquant le surf.

La loi de probabilité de Y est la loi binomiale de paramètres  $n = 80$  et  $p = 0,25$ .

$$P(Y=20) = \binom{80}{20} 0,25^{20} \times 0,75^{60}$$

La calculatrice nous donne pour valeur approchée au millième près : **0,103**.

**2. Réponse : d 0,975**

*Justification non demandée*

X suit une loi normale de moyenne  $\mu=150$ ,

donc  $P(X \geq 200) = P(X \geq \mu + 50) = P(X \leq \mu - 50) = P(X \leq 100) = 0,025$

et  $P(X \geq 100) = 1 - P(X \leq 100) = \mathbf{0,975}$ .

**3. Réponse : c  $e^{-1}$** 

*Justification non demandée*

T suit la loi exponentielle de paramètre :  $\lambda$ .

$$\text{Or } E(T) = \frac{1}{\lambda} = 5 \text{ donc } \lambda = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$P(T \leq 5) = \int_0^5 \lambda e^{-\lambda t} dt = \int_0^5 0,2 e^{-0,2t} dt = -e^{-0,2 \times 5} + e^0 = 1 - e^{-1}$$

$$P(T \geq 5) = 1 - P(T \leq 5) = e^{-1}$$

**4. Réponse : b 2500**

*Justification non demandée*

n est le nombre de clients à interroger.

La longueur de l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 est :  $\frac{2}{\sqrt{n}}$ .

$$\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{2}{0,04} = \sqrt{n} \Leftrightarrow 50 = \sqrt{n} \Leftrightarrow n = \mathbf{2500}$$