

**Exercice 2**

**commun à tous les candidats**

**5 points**

Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à  $10^{-3}$ .

D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française. Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans.

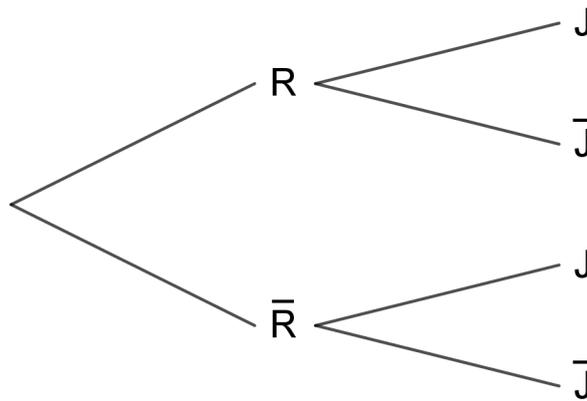
(Source : TNS-Sofres)

**Partie A**

On interroge une personne au hasard et on note :

- . R l'événement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- . J l'événement la personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

1. Représentez la situation à l'aide de cet arbre pondéré, que vous recopierez sur votre copie, en y reportant les données de l'énoncé.



2. Calculer la probabilité  $P(R \cap J)$ .
3. D'après la même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française. Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est  $0,056$  à  $10^{-3}$  près.
4. En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

**Partie B**

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.

La population est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.

Soit  $X$  la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

1. Déterminer la loi de  $X$  et préciser ses paramètres.
2. Calculer  $P(X=5)$  et interpréter le résultat.
3. Le recenseur qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
4. Quel est le nombre moyen de personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées ?

**CORRECTION**

**Partie A**

1. L'énoncé précise :

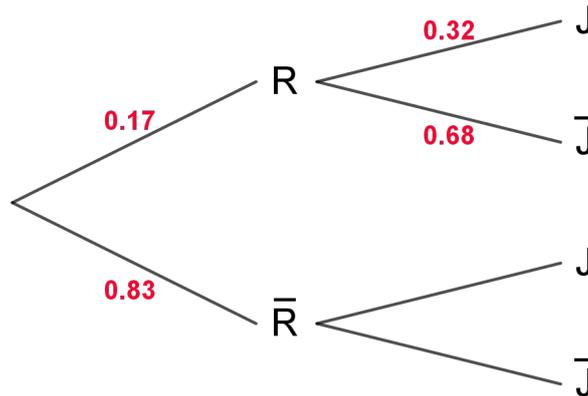
- Les utilisateurs réguliers des transports en commun représentent 17 % de la population française donc

$$P(R) = \frac{17}{100} = 0,17 \quad \text{et} \quad P(\bar{R}) = 1 - 0,17 = 0,83.$$

- Parmi les utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans donc  $P_R(J) = \frac{32}{100} = 0,32$  et

$$P_R(\bar{J}) = 1 - P_R(J) = 1 - 0,32 = 0,68$$

- On complète partiellement l'arbre pondéré avec les données de l'énoncé.



2.  $P(R \cap J) = P(R) \times P_R(J) = 0,17 \times 0,32 = 0,0544$

$P(R \cap J) = 0,054$  à  $10^{-3}$  près.

3. Les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française donc  $P(J) = \frac{11}{100} = 0,11$ .

En utilisant la formule des probabilités totales :

$$P(J) = P(R \cap J) + P(\bar{R} \cap J) \quad \text{donc} \quad 0,11 = 0,054 + P(\bar{R} \cap J)$$

$P(\bar{R} \cap J) = 0,11 - 0,054 = 0,056$  à  $10^{-3}$  près.

4.  $P_{\bar{R}}(J) = P(\bar{R} \cap J) \times P(\bar{R}) = \frac{0,056}{0,83} = 0,067$  à  $10^{-3}$  près.

Il y a 6,7 % de jeunes de 18 à 24 ans parmi les non utilisateurs réguliers de transports en commun.

**Partie B**

1. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

On choisit au hasard une personne parmi la population française.

Succès R : « la personne choisie utilise régulièrement les transports en commun ».

La probabilité de succès est  $p = 0,17$ .

Échec  $\bar{R}$  la probabilité de l'échec est  $q = 0,83$ .

On effectue 50 tirages que l'on suppose avec remise et indépendants.

X est la variable aléatoire égale au nombre de succès en 50 épreuves.

X suit la loi binomiale de paramètres  $n = 50$  et  $p = 0,17$ .

2.  $P(X=5) = \binom{50}{5} 0,17^5 \times 0,83^{45}$ . On obtient avec la calculatrice :

$P(X=5) = 0,069$  à  $10^{-3}$  près.

Il y a une probabilité de 0,069 pour qu'il y ait exactement 5 personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

3. En utilisant la calculatrice, on obtient  $P(X \leq 12) = 0,929$ .

L'affirmation est Fausse. Car il y a 92,9 % de chance pour que parmi les 50 personnes interrogées moins de 13 (au plus 12) d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun.

4.  $E(X) = np = 50 \times 0,17 = 8,5$

En moyenne, il y a, 8 ou 9 personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.