Exercice 1 commun à tous les candidats 5 points

Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la réponse correspondante. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Question 1 :

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2+2x-\frac{3}{x}$.

Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

a. y=7(x-1)	**c.** y=7x+7
b. y=x-1	**d.** y=x+1

Question2 :

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n=\frac{3n}{n+2}$.

On cherche à déterminer la limite de v_n lorsque n tend vers $+\infty$.

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 1$	**c.** $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = \frac{3}{2}$
b. $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 3$	**d.** On ne peut pas la déterminer

Question 3 :

Dans une urne, il y a 6 boules noires et 4 boules rouges. On effectue successivement 10 tirages aléatoires avec remise.
Quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) d'avoir 4 boules noires et 6 boules rouges ?

a. 0.1662	**c.** 0.1115
b. 0.4	**d.** 0.8886

Question 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3e^x-x$.

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$	**c.** $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$
b. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	**d.** On ne peut pas déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$

Question 5 :

Un code inconnu est constitué de 8 signes. Chaque signe peut-être une lettre ou 1 chiffre, il y a donc 36 signes utilisables pour chacune des positions.

Un logiciel de cassage de code teste environ cent millions de codes par seconde.

En combien de temps au maximum le logiciel peut-il découvrir le code ?

a. environ 0.3 seconde	**c. environ 3 heures**
b. environ 8 heures	**d. environ 470 heures**

CORRECTION

Question 1 **Réponse : a**

Preuve non demandée

$x\in]0;+\infty[\qquad g(x)=x^2+2x-\frac{3}{x}\qquad g'(x)=2x+2+\frac{3}{x^2}$

$g(1)=1+2-\frac{3}{1}=0\qquad g'(1)=2+2+\frac{3}{1^2}=7$.

Soit (T) la tangente à la courbe représentative de C_g au point A(1;0). Le coefficient directeur de cette tangente est égale à $g'(1)=7$.

$(T):\ y=7x+b$ pour x=1 on a y=0 $0=7\times1+b\iff b=-7$

$(T):\ y=7x-7=7(x-1)$

Question 2 **Réponse : b**

Preuve non demandée

Pour $n>0$

$$v_n=\frac{n\times3}{n\times\left(1+\frac{2}{n}\right)}=\frac{3}{1+\frac{2}{n}}$$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2}{n}=0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=3$.

Question 3 **Réponse : c**

Preuve non demandée

On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :.
On tire au hasard une boule de l'urne.

Succès est l'événement : « la boule tirée est noire » la probabilité de succès est $p=\frac{6}{10}=0{,}6$.

Échec est l'événement : « la boule tirée est rouge » la probabilité de l'échec est $q=\frac{4}{10}=0{,}4$.

On effectue 10 tirages successifs avec remise et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de succès en 10 épreuves.
La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres : n=10 et p=0,6.
On veut obtenir pour les 10 tirages : 4 boules noires et 6 boules rouges.
La probabilité de ce résutat est : P(X=4).

$P(X=4)=\binom{10}{4}0{,}6^4\times0{,}4^6=210\times0{,}6^4\times0{,}4^6=0{,}1115$ à 10^{-4} près.

Question 4 **Réponse : b**

Preuve non demandée

Si $x>0\qquad f(x)=x\left(3\times\frac{e^x}{x}-1\right)$

Or $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3\times\frac{e^x}{x}-1\right)=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

Question 5 **Réponse : d**

Preuve non demandée

Le nombre de codes possibles est égal à : $36^8=2{,}8211\times10^{12}$ (obtenue avec la calculatrice).
Le logiciel teste environ cent millions soit 10^8 codes par secondes.
Le temps (en seconde) maximal mis pour découvrir le code est égal à $2{,}8211\times10^{12}:10^8=28211\,s$.
$2811:3600\simeq470$ environ 470 h.