Exercice 2 commun à tous les candidats 5 points

Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la réponse correspondante. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Dans l'espace rapporté àun repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on considère les points $A(1;0;2)$, $B(2;1;0)$ $C(0;1;2)$ et la droite Δ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=4-t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$.

1. Parmi les points suivants lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse A : $M(2;1;-1)$ **Réponse B :** $N(-3;-4;6)$

Réponse C : $P(-3;-4;2)$ **Réponse D :** $Q(-5;-5;1)$

2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ admet pour coordonnées :

Réponse A : $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$ **Réponse B :** $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **Réponse C :** $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ **Réponse D :** $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A : $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=2 \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ **Réponse B :** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

Réponse C : $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=2t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ **Réponse D :** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

4. Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à la droite Δ est :

Réponse A : $x-2y+4z-6=0$ **Réponse B :** $2x+y-z+1=0$

Réponse C : $2x+y-z-1=0$ **Réponse D :** $y+2z-5=0$

5. On considère le point D défini par une relation vectorielle $\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$.

Réponse A : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires **Réponse B :** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

Réponse C : D apour coordonnées (3 ;-1 ;-1) **Réponse D :** les points A, B, C et D sont alignés.

CORRECTION

1. Réponse B $N(-3;-4;6)$

Preuve non demandée

$-3=1+2t \Leftrightarrow -4=2t \Leftrightarrow t=-2$

$-4=-2+t \Leftrightarrow t=-2$

$6=4-t \Leftrightarrow t=4-6=-2$

2. Réponse C $\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$

Preuve non demandée

$A(1;0;2) \quad B(2;1;0) \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$

3. Réponse B $\begin{cases}x=2-t\\y=1-t\\z=2t\end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

Preuve non demandée

Pour A le vecteur directeur est $\vec{u}_A\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$ non colinéaire à $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$.

Pour B le vecteur directeur est $\vec{u}_B\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}$ $\vec{u}_B=-\overrightarrow{AB}$.

Pour C le vecteur directeur est $\vec{u}_C\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ non colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

Pour D le vecteur directeur est $\vec{u}_D\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{u}_D=\overrightarrow{AB}$.

Pour B $\begin{cases}1=2-t\\0=1-t\\2=2t\end{cases} \Leftrightarrow \{t=1$

Pour D $\begin{cases}1=1+t\\0=1+t\\2=2-2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\t=-1\\t=0\end{cases}$

4. Réponse B $2x+y-z+1=0$

Preuve non demandée

$\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ donc un vecteur normal au plan orthogonal à Δ et passant par C.

$\vec{N}_A\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}$ n'est pas colinéaire à $\vec{v}$.

$\vec{N}_B\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{N}_B=\vec{v}$

$\vec{N}_C \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{N}_C = \vec{v}$

$\vec{N}_D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ n'est pas colinéaire à $\vec{v}$

$C(0;1;2)$

$2\times 0+1-2+1=0$ et $2\times 0+1-2-1=-2\neq 0$

5. Réponse A $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires

Preuve non demandée

$\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{OA}-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Le point D appartient au plan (ABC) donc les vecteurs $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.