

Exercice 4
7 points

Arabie saoudite – Bahreïn – Chypre – Éthiopie – Grèce – Israël – Jordanie – Koweït – Qatar – Roumanie - Turquie
 Le sujet propose 4 exercices.

Le candidat choisit 3 exercices parmi les quatre et **ne doit traiter que ces 3 exercices**.

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

Thème: Probabilités

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.

Partie A

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par A l'événement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».

On désigne par B l'événement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».

On note respectivement \bar{A} et \bar{B} les événements contraires de A et B.

Une étude a montré que :

- . la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 notée P(A) est égale à 0,1.
- . la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 notée P(B) est égale à 0,2.
- . la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

1. Recopier le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	\bar{A}	Total
B			
\bar{B}			
Total			1

2.a. Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T1 ou T2.

2.b. Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T1 et T2.

2.c. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

3. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.

4. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T2, sachant que cette paire présente un défaut pour le traitement T1.

Partie B

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 paires de verres dans la production.

On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de paires de verres qui présentent le défaut pour le traitement T1.

-
1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
 2. Donner l'expression permettant de calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, exactement 10 paires de verres qui présentent ce défaut.
 3. En moyenne, combien de paires de verres ayant ce défaut peut-on trouver dans un échantillon de 50 paires.

2. $P(X=10) = \binom{50}{10} \times 0,1^{10} \times 0,9^{40}$.

En utilisant la calculatrice : $P(X=10) = 0,015$ à 10^{-3} .

3. $E(X) = np = 50 \times 0,1 = 5$

Donc, en moyenne, 5 paires de verres auront le défaut de traitement T1 dans un échantillon de 50 paires de verres.