## *Exercice 2* *7 points*

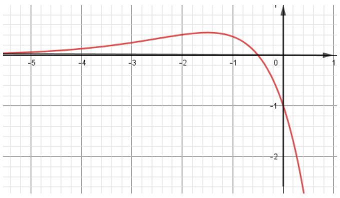
**Métropole – Antilles - Guyane**

*Le sujet propose 4 exercices.*
*Le candidat choisit 3 exercices parmi les quatre et* ***ne doit traiter que ces 3 exercices.***
*Chaque exercice est noté sur 7 points ( le total sera ramené sur 20).*
*Les traces de recherche , même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.*

**Thèmes: Fonctions numériques - suites**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre questions est exacte. Les six questions sont indépendantes.*
*Une réponde incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.*
*Aucune justification n'est demandée.*

Pour les questions de 1 à 3 ci-dessous, on considère une fonction $f$ définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
La courbe de sa fonction dérivée $f'$ est donnée ci-dessous. On admet que $f'$ admet un maximum en $-\frac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.



On rappelle que la courbe ci-dessus représente la fonction dérivée $f'$ de $f$.

**Question 1 :**

**a.** La fonction $f$ admet un maximum en $-\frac{3}{2}$

**b.** La fonction $f$ admet un maximum en $-\frac{1}{2}$

**c.** La fonction $f$ admet un minimum en $-\frac{1}{2}$

**d.** Au point d'abscisse -1, la courbe représentative de la fonction $f$ admet une tangente horizontale

**Question 2 :**

**a.** La fonction $f$ est convexe sur $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[$

**b.** La fonction $f$ est convexe sur $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$

**c.** La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction $f$ n'admet pas de point d'inflexion.

**d.** La fonction $f$ est concave sur $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$

**Question 3 :**

**a.** $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in \left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right[$

**b.** $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in [-2 ; -1]$

**c.** $f''\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$

**d.** $f''(-3) = 0$

**Question 4 :**

On considère trois suites $(u_n)$, $(v_n)$ et $(w_n)$.

On sait que, pour tout entier naturel n, on a $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et de plus $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = 3$.

On peut alors affirmer que :

**a.** La suite $(v_n)$ converge

**b.** Si la suite $(u_n)$ est croissante alors la suite $(v_n)$ est minorée par 0.

**c.** $1 \leqslant v_0 \leqslant 3$

**d.** La suite $(v_n)$ diverge

**Question 5 :**

On considère une suite $(u_n)$ telle que, pour tout entier naturel n, non nul : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{1}{n}$.

**a.** La suite $(u_n)$ diverge

**b.** La suite $(u_n)$ converge

**c.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

**d.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

**Question 6 :**

On considère $(u_n)$ une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.

On peut affirmer que :

**a.** il existe un entier naturel $N$ tel que $u_N$ est un entier

**b.** la suite $(u_n)$ est croissante

**c.** la suite $(u_n)$ est convergente

**d.** la suite $(u_n)$ n'a pas de limite

## CORRECTION

**Question 1 Réponse : b**

*Preuve non demandée*

Par lecture graphique, $f'$ est positive sur $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ et négative sur $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ donc la fonction $f$ est croissante sur $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ et décroissante sur $\left]\frac{-1}{2};+\infty\right[$ donc $f$ admet un maximum en $-\frac{1}{2}$.

**Question 2 Réponse : a**

*Preuve non demandée*

Par lecture graphique, $f'$ est croissante sur $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[$ donc $f$ est convexe sur cet intervalle et décroissante sur $\left]\frac{-3}{2};+\infty\right[$ donc $f$ est concave sur cet intervalle.

**Question 3 Réponse : c**

*Preuve non demandée*

$f'$ est croissante sur $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$ donc $f''(x)\geqslant 0$ sur cet intervalle et $f'$ est décroissante sur $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$ donc $f''(x)\leqslant 0$ sur cet intervalle et $f''\left(-\frac{3}{2}\right)=0$.

**Question 4 Réponse : b**

*Preuve non demandée*

Si la suite $(u_n)$ est croissante alors pour tout entier naturel $n$ $u_0\leqslant u_n\leqslant v_n$ donc la suite $(v_n)$ est minorée par $u_0$.

**Question 5 Réponse : b**

*Preuve non demandée*

Pour tout entier naturel non nul $n$, $u_n\leqslant u_{n+1}$ donc la suite $(u_n)$ est croissante et $u_n\leqslant\frac{1}{n}\leqslant 1$ donc la suite $(u_n)$ est majorée par 1.

La suite $(u_n)$ est croissante et majorée donc convergente.

**Question 6 Réponse : b**

*Preuve non demandée*

Pour tout entier naturel $n$, $n<u_n<n+1<u_{n+1}<n+2$ donc la suite $(u_n)$ est croissante.