

Exercice 1

7 points

Le sujet propose 4 exercices.

Le candidat choisit 3 exercices parmi les quatre et **ne doit traiter que ces 3 exercices**.

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

Thèmes: Fonctions - Suites

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre questions est exacte. Les six questions sont indépendantes.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=\ln(x^2+x+1)$.

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x)=\frac{1}{2x+1}$

b. $g'(x)=\frac{1}{x^2+x+1}$

c. $g'(x)=\ln(2x+1)$

d. $g'(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$

2. La fonction $x \rightarrow \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0;+\infty[$, la fonction :

a. $x \rightarrow \ln(x)$

b. $x \rightarrow \frac{1}{x}$

c. $x \rightarrow x \ln(x) - x$

d. $x \rightarrow \frac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n}$.

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$

b. -1

c. 1

d. $+\infty$

4. On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-2;2]$.

Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-2;2]$ est donné par :

x	-2	-1	0	2
Variations de f'				

La fonction f est :

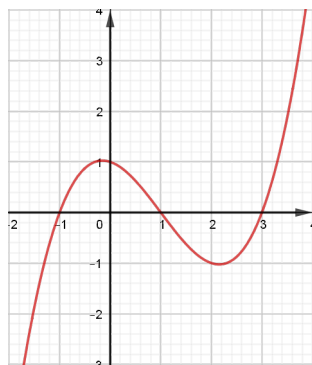
a. convexe sur $[-2;-1]$

b. concave sur $[0;1]$

c. convexe sur $[-1;2]$

d. concave sur $[-2;0]$

5. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2;4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f' , déterminer l'affirmation correcte pour f :

- a.** f est décroissante sur $[0;2]$ **b.** f est décroissante sur $[-1;0]$
c. f admet un maximum en 1 sur $[0;2]$ **d.** f admet un maximum en 3 sur $[2;4]$

6. Une action est cotée à 57€. Sa valeur augmente de 3 % tous les mois.

La fonction python `seuil()` qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200€ est :

a.

```
def seuil():
    m=0
    v=57
    while v<200:
        m=m+1
        v=v*1.03
    return m
```

b.

```
def seuil():
    m=0
    v=57
    while v>200:
        m=m+1
        v=v*i.03
    return m
```

c.

```
def seuil():
    v=57
    for i in range(200):
        v=v*1.03
    return v
```

d.

```
def seuil():
    m=0
    v=57
    if v<200:
        m=m+1
    else:
        v=v*1.03
    return m
```

CORRECTION
1. Réponse : d

Preuve non demandée

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u} \quad u(x) = x^2 + x + 1 \quad \text{et} \quad u'(x) = 2x + 1 \quad \text{donc} \quad g'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}.$$

2. Réponse : c

Preuve non demandée

$$(x \ln(x) - x)' = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ln(x)$$

3. Réponse : a

Preuve non demandée

$$a_n = \frac{3^n}{2^n} \times \left(\frac{3^{-n} - 1}{2^{-n} - 1} \right) = 1,5^n \times \left(\frac{3^{-n} - 1}{2^{-n} - 1} \right)$$

$$3 > 1 \quad 3^{-n} = \frac{1}{3^n} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n = +\infty \quad \text{donc} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^{-n} = 0.$$

$$2 > 1 \quad 2^{-n} = \frac{1}{2^n} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty \quad \text{donc} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 2^{-n} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{-n} - 1}{2^{-n} - 1} = -1$$

$$1,5 > 1 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} 1,5^n = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty.$$

4. Réponse : d

Preuve non demandée

f' est décroissante sur $[-2;0]$ et croissante sur $[0;2]$ donc f est concave sur $[-2;0]$ et convexe sur $[0;2]$.

5. Réponse : c

Preuve non demandée

f' est positive sur $]-1;1[$ et sur $]3;4]$ et f' est négative sur $[-2;1[$ et sur $]1;3[$.

f est croissante sur $[0;1[$ et décroissante sur $]1;2]$ donc f admet un maximum en 1 sur $[0;2]$.

6. Réponse : a

Preuve non demandée

Pour **a.** on obtient la valeur demandée

Pour **b.** on obtient 0

Pour **c.** on obtient une valeur de v

Pour **d.** on obtient 1