Exercice 2 — 7 points

Sujet septembre

Le sujet propose 4 exercices.
Le candidat choisit 3 exercices parmi les quatre et ***ne doit traiter que ces 3 exercices.***
Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20).
Les traces de recherche , même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

Thèmes: Suites - Fonctions

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre questions est exacte. Les six questions sont indépendantes.
Une réponde incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définies par :
$a_0=1$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1}=0,5a_n+1$ et $b_n=a_n-2$.

On peut affirmer que :

a. (a_n) est arithmétique
b. (b_n) est géométrique
c. (a_n) est géométrique
d. (b_n) est arithmétique

Dans les questions 2. et 3. ,on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :
$u_0=2$ $v_0=1$ et pour tout entier naturel n : $\begin{cases} u_{n+1}=u_n+3\times v_n \\ v_{n+1}=u_n+v_n \end{cases}$

2. On peut affirmer que :

a. $\begin{cases} u_2=5 \\ v_2=3 \end{cases}$
b. $u_2^2-3v_2^2=-2^2$
c. $\frac{u_2}{v_2}=1,75$
d. $5u_1=3v_1$

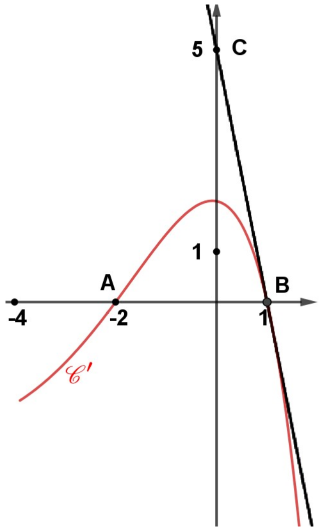
3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

```
def valeurs():
  u=2
  v=1
  for k in range(1,11):
    c=u
    u=u+3*v
    v=c+v
  return(u,v)
```

a. u_{11} et v_{11}
b. u_{10} et v_{11}
c. les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à10
d. u_{10} et v_{10}

Pour les questions 4. et 5. , on considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle [-4;2].
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f.

On donne ci-après la courbe représentative $\mathscr{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan.
On donne de plus les points A(-2;0) ; B(1;0) et C(0;5).



4. La fonction f est :

a. concave sur [-2;1]
b. convexe sur [-4;0]
c. convexe sur [-2;1]
d. convexe sur [0;2]

5. On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}'$ au point B. On a :

a. $f'(1)<0$
b. $f'(1)=5$
c. $f''(1)>0$
d. $f''(1)=-5$

6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x^2+1)e^x$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0)=1$ est définie par :

a. $F(x)=(x^2-2x+3)e^x$
b. $F(x)=(x^2-2x+3)e^x-2$
c. $F(x)=\left(\frac{1}{3}x^3+x\right)e^x+1$
d. $F(x)=\left(\frac{1}{3}x^3+x\right)e^x$

CORRECTION

1. Réponse : b

Preuve non demandée

La suite (a_n) est une suite ni géométrique, ni arithmétique.

Pour tout entier naturel n :

$b_{n+1}=a_{n+1}-2=0{,}5\,a_n+1-2=0{,}5\times(b_n+2)-1=0{,}5\,b_n+1-1=0{,}5\,b_n$

(b_n) est une suite géométrique de raison : 0,5.

2. Réponse : c

Preuve non demandée

$u_0=2$ et $v_0=1$ $\quad\begin{cases}u_1=2+3\times1=5\\ v_1=2+1=3\end{cases}\quad\begin{cases}u_2=5+3\times3=14\\ v_2=5+3=8\end{cases}$

Les affirmations a et d sont fausses.

$u_2^2-3\,v_2^2=14^2-3\times8^2=196-3\times64=4\neq-2^2$

$\frac{u_2}{v_2}=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}=1{,}75$

3. Réponse : d

Preuve non demandée

Il y a 10 boucles donc on obtient u_{10} et v_{10}.

4. Réponse : b

Preuve non demandée

Par lecture graphique : f' est une fonction croissante sur [-4;0] et décroissante sur[0;2] donc :

f est convexe sur [-4;0] et concave sur [0;2].

5. Réponse : d

Preuve non demandée

$f'(1)=0$ et $f''(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}'$ en B donc le coefficient directeur de la droite (BC). $f''(1)=\frac{0-5}{1-0}=-5$.

6. Réponse : b

Preuve non demandée

Pour a. $F(0)=3\neq1$ et pour d. $F(0)=0\neq1$

Pour b. $F(0)=1$ et $F'(x)=(2x-2)e^x+(x^2-2x+3)e^x=(2x-2+x^2-2x+3)e^x=(x^2+1)e^x=f(x)$.