Exercice 3 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse,une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

L'espace est muni du repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
On considère les points $A(-1;2;5)$, $B(3;6;3)$, $C(3;0;9)$ et $D(8;-3;-8)$.
On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés ;

1. ABC est un triangle :
a. isocèle rectangle en A
b. isocèle rectangle en B
c. isocèle rectangle en C
d. équilatéral

2. Une équation cartésienne du plan (BCD) est :
a. $2x+y+z-15=0$
b. $9x-5y+3=0$
c. $4x+y+z-21=0$
d. $11x+5y-73=0$

3. On admet que le plan (ABC) a pouur équation cartésienne : $x-2y-2z+15=0$.
On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
On peut affirmer que :
a. $H(-2;17;12)$
b. $H(3;7;2)$
c. $H(3;2;7)$
d. $H(-15;1;-1)$

4. Soit la droite Δ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x=5+t \\ y=3-t \\ z=-1+3t \end{cases}$ avec t réel.

Les droites (BC) et Δ sont :
a. confondues
b. strictement parallèles
c. sécantes
d. non coplanaires

5. On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x-y+2z-6=0$.
On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x-2y-2z+15=0$.
On peut affirmer que :
a. les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont strictement parallèles
b. les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB)
c. les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AC)
d. les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (BC).

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

1. Réponse : a

Preuve non demandée

$A(-1;2;5)$ $B(3;6;3)$ $C(3;0;9)$ $D(8;-3;-8)$

$AB^2=(3+1)^2+(6-2)^2+(3-5)^2=4^2+4^2+2^2=36$ $AB=6$

$AC^2=(3+1)^2+(0-2)^2+(9-5)^2=4^2+2^2+4^2=36$ $AC=6$

$BC^2=(3-3)^2+(0-6)^2+(9-3)^2=0^2+6^2+6^2=72$ $BC=6\sqrt{2}$.

On a $AB=AC$ et $AB^2+AC^2=BC^2$ donc le triangle ABC est isocèle rectangle en A.

2. Réponse : c

Preuve non demandée

a. $2x+y+z-15=0$
$B(3;6;3)$ $2\times3+6+3-15=0$
$C(3;0;9)$ $2\times3+0+9-15=0$
$D(8;-3;-8)$ $2\times8-3-8-15=-10\neq0$

b. $9x-5y+3=0$
$B(3;6;3)$ $9\times3-5\times6+3=27-30+3=0$
$C(3;0;9)$ $9\times3-0+3-15=27+3-15=15\neq0$

c. $4x+y+z-21=0$
$B(3;6;3)$ $4\times3+6+3-21=12+6+3-21=0$
$C(3;0;9)$ $4\times3+0+9-21=12+9-21=0$
$D(8;-3;-8)$ $4\times8-3-8-21=32-32=0$

d. $11x+5z-73=0$
$B(3;6;3)$ $11\times3+5\times3-73=33+15-73=-25\neq0$

3. Réponse : b

Preuve non demandée

(ABC): $x-2y-2z+15=0$ $D(8;-3;-8)$

(δ) est la droite orthogonale au plan (ABC) passant par D.

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (δ), $\begin{cases}x=t+8\\y=-2t-3\\z=-2t-8\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de (δ).

H est le point d'intersection du plan (ABC) et de la droite (δ).

Pour obtenir les coordonnées du point H, il suffit de résoudre le système : $\begin{cases}x-2y-2z+15=0\\x=t+8\\y=-2t-3\\z=-2t-8\end{cases}$.

On obtient : $t+8-2\times(-2t-3)-2(-2t-8)+15=0 \Leftrightarrow t+8+4t+6+4t+16+15=0$

$\Leftrightarrow 9t+45=0 \Leftrightarrow t=-\frac{45}{9}=-5$.

$x=-5+8=3$ $y=-2\times(-5)-3=7$ $z=-2\times(-5)-8=2$ $H(3;7:2)$.

4. Réponse : d

Preuve non demandée

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de Δ, $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\-6\\6\end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires donc les droites Δ et (BC) ne sont ni confondues ni strictement parallèles.

On détermine l'intersection des droites Δ et (BC).

Δ : $\begin{cases}x=5+t\\y=3-t\\z=-1+3t\end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ (BC): $\begin{cases}x=3+0\times m\\y=6-6m\\z=3+6m\end{cases}$ $m\in\mathbb{R}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

On doit résoudre $\begin{cases} 5+t=3 & (1) \\ 3-t=6-6m & (2) \\ -1+3t=3+6m & (3) \end{cases}$

$(1) \quad t=-2 \qquad (2) \quad 5=6-6m \quad \Leftrightarrow \quad 6m=1 \quad \Leftrightarrow \quad m=\frac{1}{6}$

$(3) \quad -1+3t=-7$ et $3+6m=4$ et le système n'admet pas de solution.

Les droites Δ et (BC) ne sont pas coplanaires.

5. Réponse : b

Preuve non demandée

$\mathscr{P}: \; 2x-y+2z-6=0$ $\qquad$ (ABC) : $x-2y-2z+15=0$

$\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est normal au plan $\mathscr{P}$ $\qquad$ $\vec{n}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC)

Les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ ne sont pas colinéaires donc les plans $\mathscr{P}$et (ABC) ne sont pas parallèles.

$A(-1;2;5) \quad \mathscr{P}: \; 2x-y+2z-6=0$.

$2\times(-1)-2+2\times5-6=-2-2+10-6=0$ donc A appartient au plan $\mathscr{P}$.

$B(3;6;3)$

$2\times3-6+2\times3-6=6-6+6-6=0$ donc B appartient au plan $\mathscr{P}$.

Les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB).

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés