Exercice 4 *5 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse,une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]1;+\infty[$ par : $f(x)=0{,}05-\dfrac{\ln(x)}{x-1}$.

La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :

a. $+\infty$ **b.** 0,05 **c.** $-\infty$ **d.** 0

2. On considère une fonction h continue sur l'intervalle $[-2;4]$ telle que :

$$h(-1)=0 \qquad h(1)=4 \qquad h(3)=-1$$

On peut affirmer que :

a. la fonction h est croissante sur l'intervalle [-1;1]
b. la fonction h est positive sur l'intervalle [-1;1]
c. il existe au moins un nombre réel a dans l'intervalle [1;3] tel que $h(a)=1$
d. l'équation $h(x)=1$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-2;4]$

3. On considère deux suites (u_n) et (v_n) à termes strictements positifs tels que : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ et (v_n) converge vers 0.

On peut affirmer que :

a. la suite $\left(\dfrac{1}{v_n}\right)$ converge.
b. la suite $\left(\dfrac{v_n}{u_n}\right)$ converge
c. la suite (u_n) est croissante
d. $\lim\limits_{n\to+\infty}(-u_n)^n=-\infty$

4. Pour participer à un jeu, un joueur doit payer 4€. Il lance ensuite un dé équilibré à 6 faces.

- S'il obtient 1, il remporte 12€.
- S'il obtient un nombre pair, il remporte 3€.
- Sinon, il ne remporte rien.

En moyenne, le joueur :

a. gagne 3,5€ **b.** perd 3€
c. perd 1,50€ **d.** perd 0,50€

5. On considère la variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(3;p)$.

On sait que $P(X=0)=\dfrac{1}{125}$.

On peut affirmer que :

a. $p=\dfrac{1}{5}$ **b.** $P(X=1)=\dfrac{124}{125}$
c. $p=\dfrac{4}{5}$ **d.** $P(X=1)=\dfrac{4}{5}$

CORRECTION

1. Réponse : b

Preuve non demandée

$\frac{\ln(x)}{x-1}=\frac{\ln(x)}{x}\times\frac{x}{x-1}$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x-1}=1$ donc $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x-1}=0$

et $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$.

2. Réponse : c

Preuve non demandée

h est continue sur [1;3] et h(1)=4 et h(5)=-1.

Le théorème des valeurs intermédiaires permet d'affirmer que tout nombre y compris entre -1 et 4 admet un antécédent par h appartenant à l'intervalle [1;3] donc y=1 admet un antécédent a soit $h(a)=1$.

3. Réponse : b

Preuve non demandée

Pour tout entier naturel n, $\frac{v_n}{u_n}=v_n\times\frac{1}{u_n}$, $\lim_{n\to+\infty} u_n=+\infty$ donc $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{u_n}=0$ et $\lim_{n\to+\infty} v_n=0$.

On obtient : $\lim_{n\to+\infty}\frac{v_n}{u_n}=0$.

4. Réponse : d

Preuve non demandée

On nous demande E(X).

$X(1)=12-4=8$ $X(2)=X(4)X=(6)=3-4=-1$ $X(3)=X(5)=-4$

$P(X=8)=\frac{1}{6}$ $P(X=-1)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ $P(X=-4)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$E(X)=8\times\frac{1}{6}-1\times\frac{1}{2}-4\times\frac{1}{3}=\frac{8-3-8}{6}=-\frac{1}{2}=-0{,}50$.

5. Réponse : a

Preuve non demandée

X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(3;p)$, donc $P(X=0)=p^3=\frac{1}{125}$ et $p=\frac{1}{5}$