Exercice 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout entier naturel par : $u_n=\dfrac{1+2^n}{3+5^n}$.

Cette suite :

a. diverge vers $+\infty$

b. converge vers $\dfrac{2}{5}$

c. converge vers 0

d. converge vers $\dfrac{1}{3}$

Question 2 :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x^2\ln x$.
L'expression de la fonction dérivée de f est :

a. $f'(x)=2x\ln x$

b. $f'(x)=x(2\ln x+1)$

c. $f'(x)=2$

d. $f'(x)=x$

Question 3 :

On considère une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
variations de h	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

On note H la primitive de h définie sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0. Elle vérifie la propriété :

a. H est positive sur $]-\infty;0]$

b. H est croissante sur $]-\infty;1]$

c. H est négative sur $]-\infty;1]$

d. H est croissante sur $\mathbb{R}$

Question 4 :

Soit deux réels a et b avec $a<b$.
On considère une fonction f définie, continue, strictement croissante sur l'intervalle $[a;b]$ et qui s'annule en un réel α.
Parmi les propositions suivantes, la fonction en langage Python qui permet de donner une valeur approchée de α à 0,001 est :

a.
```
defracine(a,b) :
   while abs(b-a)>=0,001 :
      m=(a+b)/2
      if f(m)<0 :
         b=m
      else :
         a=m
   return m
```

b.
```
defracine(a,b) :
   m=(a+b)/2
   while abs(b-a)=0,001 :
      if f(m)<0 :
         a=m
      else :
         b=m
   return m
```

c.
```
defracine(a,b) :
   m=(a+b)/2
   while abs(b-a)<=0,001 :
      if f(m)<0 :
         a=m
      else :
         b=m
   return m
```

d.
```
defracine :
   while abs(b-a)>=0,001 :
      m=(a+b)/2
      if f(m)<0 :
         a=m
      else :
         b=m
   return m
```


Question 5 :
Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 7 sont bleues et les autres vertes.
On effectue trois tirages successifs avec remise. La probabilité d'obtenir exactement deux boules vertes est :

a. $\left(\frac{7}{10}\right)^2 \times \frac{3}{10}$

b. $\left(\frac{7}{10}\right)^2$

c. $\binom{10}{2}\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{10}\right)^2$

d. $\binom{3}{2}\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{10}\right)^2$

CORRECTION

Question 1 : **Réponse** c

Preuve non demandée

$$u_n=\frac{1+2^n}{3+5^n}=\frac{2^n}{5^n}\times\left(\frac{2^{-n}+1}{3\times5^{-n}+1}\right)=\left(\frac{2}{5}\right)^n\times\left(\frac{2^{-n}+1}{3\times5^{-n}+1}\right)$$

$0<\frac{2}{5}<1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^n=0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{-n}=0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}5^{-n}=0$.

Conséquence : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$

Question 2 : **Réponse** b

Preuve non demandée

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ $f(x)=x^2\ln(x)$

$(x^2)'=2x$ et $(\ln(x))'=\frac{1}{x}$ donc $f'(x)=2x\ln(x)=x^2\times\left(\frac{1}{x}\right)=2x\ln(x)+x=x(2\ln(x)+1)$

Question 3 : **Réponse** a

Preuve non demandée

Si $x<1$ alors $h(x)<0$ et H est décroissante sur $]-\infty;0[$.

Si $x>1$ alors $h(x)>0$ et H est croissante sur $]0;+\infty[$ et $H(0)=0$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
variation de H	↘	0	↘ ↗	

Donc H est positive sur $]-\infty;0[$.

Question 4 : **Réponse** d

Preuve non demandée

Il faut pour avoir des boucles que : abs(b-a)⩾0,001

if $f(x)<0$:

x	a		m		α		b
f(x)		−			0	+	

alors $\alpha\in[m;b]$ et a=m .

Question 5 : **Réponse** d

Preuve non demandée

Pour 1 tirage la probabilité de tirer 1 boule bleue est $\frac{7}{10}$ et de tirer 1 boule verte est $\frac{3}{10}$.

On tire au hasard une boule Succès la boule tirée est verte.

On effectue 3 tirages successifs avec remise donc indépendants.

La loi de probabilité de la variable aléatoire égale au nombre de succès en 3 épreuves est la loi binomiale de paramètres n=3 et $p=\frac{3}{10}$.

donc la probabilité d'avoir exactement 2 boules vertes est : $\binom{3}{2}\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{10}\right)^2$.