Exercice 1 5 points

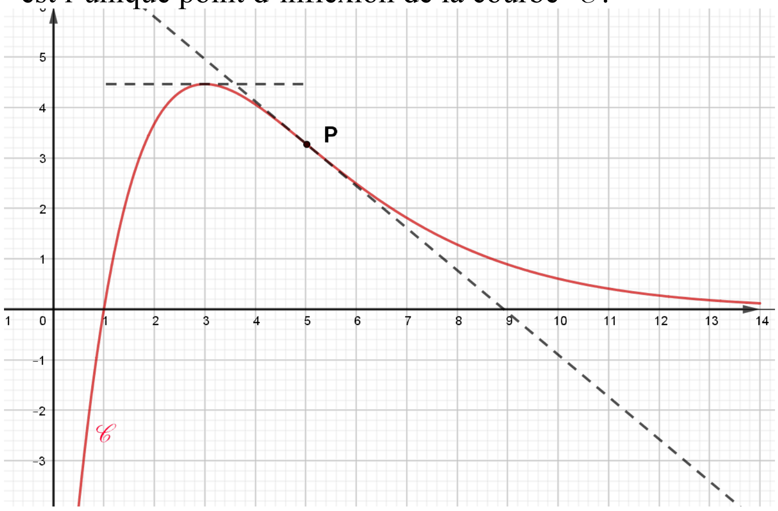
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\mathrm{e}^x$.
Une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f est définie par :

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^x$ **B.** $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$

C. $F(x)=(x+1)\mathrm{e}^x$ **D.** $F(x)=\dfrac{2}{x}\mathrm{e}^{x^2}$

Question 2 :
La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie et deux fois dérivable sur $]0;+\infty[$. On sait que :
. le maximum de la fonction f est atteint au point d'abscisse 3 ;
. le point P d'abscisse 5 est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



A. Pour tout $x\in]0;5[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe ;
B. pour tout $x\in]5;+\infty[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe ;
C. pour tout $x\in]0;5[$, $f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe ;
D. pour tout $x\in]5;+\infty[$, $f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe.

Question 3 :
On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par $g(t)=\dfrac{a}{b+\mathrm{e}^{-t}}$ où a et b sont deux nombres réels.
On sait que $g(0)=2$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t)=3$.
Les valeurs de a et b sont :

A. $a=2$ et $b=3$ **B.** $a=4$ et $b=\dfrac{4}{3}$

C. $a=4$ et $b=1$ **D.** $a=6$ et $b=2$

Question 4 :
Alice dispose de deux urnes A et B contenant chacune quatre boules indiscernables au toucher.
L'urne A contient deux boules vertes et deux boules rouges.
L'urne B contient trois boules vertes et une boule rouge.
Alice choisit au hasard une urne puis une boule dans cette urne. Elle obtient une boule verte.
La probabilité qu'elle ait choisi l'urne B est :

A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{5}{8}$

Question 5 :
On pose $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{100}$.
Parmi les scripts Python ci-dessous, celui qui permet de calculer la somme S est :

A.
```
defsomme_a() :
    S=0
    for k in range(100) :
        S=1/(k+1)
    return S
```

B.
```
defsomme_b() :
    S=0
    for k in range(100) :
        S=S+1/(k+1)
    return S
```

C.
```
defsomme_c() :
    k=0
    while S<100 :
        S=S+1/(k+1)
    return S
```

D.
```
defsomme_d() :
    k=0
    while k<100
        S=S+1/(k+1)
    return S
```

CORRECTION

Question 1 Réponse : B

Preuve non demandée

$F(x)=(x-1)e^x \qquad (x-1)'=1 \qquad (e^x)'=e^x$

$F'(x)=1\times e^x+(x-1)\times e^x=x e^x=f(x)$

Question 2 Réponse : D

Preuve non demandée

Par lecture graphique :

x	0		1		+∞
signe de f(x)		–	0	+	

f est croissante sur $]0;3[$ et décroissante sur $]3;+\infty[$

x	0		3		+∞
signe de f '(x)		+	0	–	

f est convexe sur $]5;+\infty[$ et f est concave sur]0;5[

x	0		5		+∞
signe de f "(x)		–	0	+	

$f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe sur $]5;+\infty[$.

Question 3 Réponse : D

Preuve non demandée

$g(0)=\frac{a}{b+1}=2 \qquad \lim_{t\to+\infty} e^{-t}=0 \qquad \lim_{t\to+\infty} g(t)=\frac{a}{b}=3$

donc $a=2(b+1)=2b+2$ et $a=3b$ on obtient $b=2$ et $a=6$.

Question 4 Réponse : C

Preuve non demandée

On note : A l'événement : « Alice choisit l'urne A »
B l'événement : « Alice choisit l'urne B »
V l'événement : « Alice tire une boule verte »
R l'événement : « Alice tire une boule rouge »

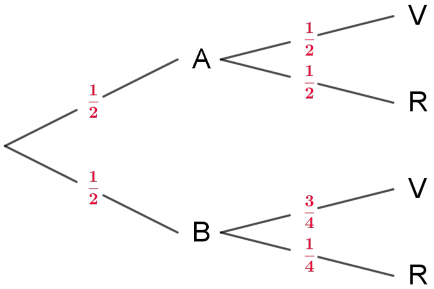
On a : $B=\bar{A}$ et $R=\bar{V}$.

Alice choisit l'urne au hasard donc $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$.

L'urne A contient deux boules vertes et deux boules rouges donc $P_A(V)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ et $P_A(R)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

L'urne B contient trois boules vertes et une boule rouge donc $P_B(V)=\frac{3}{4}$ et $P_B(R)=\frac{1}{4}$.

On représente la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



En utilisant la formule des probabilités totales

$$P(V)=P(A\cap V)+P(B\cap V)=P(A)\times P_A(V)+P(B)\times P_B(V)$$

$$P(V)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

On nous demande de calculer $P_V(B)$

$$P_V(B)=\frac{P(B\cap V)}{P(V)}=\frac{3}{8}\times\frac{8}{5}=\frac{3}{5}$$

Question 5 **Réponse : B**

Preuve non demandée

A. l'algorithme donne successivement à S les valeurs 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ jusque $\frac{1}{100}$ donc retourne $\frac{1}{100}$.

C. l'algorithme est bloqué à l'instruction while $S<100$ car on n'a pas défini S au départ.

D. Il manque une instruction en $5^{\text{ème}}$ ligne : $k=k+1$ pour obtenir le résultat demandé.
Cet algorithme ne s'arrête pas k a toujours la valeur 0.