

Exercice 4

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Les cinq questions sont indépendantes.

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que 4 % des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.

On choisit au hasard n pièces produites par cette chaîne de fabrication.

Le nombre de pièces produites est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses tirées.

Dans les trois questions suivantes, on prend $n=50$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au millième, de tirer au moins une pièce défectueuse ?

- a. 1 b. 0,870 c. 0,600 d. 0,599

2. La probabilité $P(3 < X \leq 7)$ est égale à :

- a. $P(X \leq 7) - P(X > 3)$ b. $P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$
 c. $P(X < 7) - P(X > 3)$ d. $P(X < 7) - P(X \leq 3)$

3. Quel est le plus petit entier naturel k tel que la probabilité de tirer au plus k pièces défectueuses soit supérieure ou égale à 95 % ?

- a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

Dans les questions suivantes, n ne vaut plus nécessairement 50.

4. Quelle est la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses.

- a. $0,04^n$ b. $0,96^n$ c. $1 - 0,4^n$ d. $1 - 0,96^n$

5. On considère la fonction Python ci-dessous. Que renvoie-t-elle ?

```
def seuil(x):
    n=1
    while 1-0.96**n<x:
        n=n+1
    return n
```

- a. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de tirer au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .
 b. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .
 c. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses soit supérieure ou égale à x .
 d. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .

CORRECTION**1. Réponse : b**

Preuve non demandée

La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=50$ et $p=0,04$.

En utilisant la calculatrice : $P(X \geq 1) = 1 - 0,96^{50} \approx 1 - 0,1299$.

$P(X \leq 1) = 0,870$ (arrondie au millième).

2. Réponse : b

Preuve non demandée

$P(3 < X \leq 7) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$;

3. Réponse : c

Preuve non demandée

En utilisant la calculatrice :

$P(X=0) = 0,130$ $P(X \leq 1) = 0,4005$ $P(X=2) = 0,6767$ $P(X \leq 3) = 0,8609$ $P(X \leq 4) = 0,951$

donc $k=4$

4. Réponse : a

Preuve non demandée

$p^n = 0,04^n$

5. Réponse : a

Preuve non demandée

Le programme s'arrête pour la plus petite valeur de n telle que $1 - 0,96^n \geq x$.

$1 - 0,96^n$ est la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse pour n tirages.